

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก

Comparison of Confidence Intervals Estimation Methods for the Difference between two Independent Population Proportions with Small Sample

กนกกาญจน์ ศศิวิมลฤทธิ์*, อภิญญา หิรัญวงษ์ และบุญอ้อม โฉมที

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Kanokkan Sasiwimonrit*, Apinya Hirunwong and Boonorm Chomtee

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University,

Ladyao, Chatuchak, Bangkok 10900

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร 2 กลุ่ม $p_1 - p_2$ ที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก โดยเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น 5 วิธี คือ วิธีแบบฉบับ วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธี Peskun และวิธี Recentered กำหนดให้ขนาดตัวอย่างเท่ากันและค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเป็น 0.95 ผลการวิจัยพบว่าวิธี Newcombe ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทั้งหมด และให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.3 ถึง 0.5 วิธี Peskun ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี แต่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีการอื่น ๆ วิธี Adding-4 ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดทุกกรณี และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดเกือบทุกกรณี วิธีแบบฉบับให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดกรณีเดียวเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่า 0.0 และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นยาวกว่าวิธีอื่นทุกกรณี

คำสำคัญ : ช่วงความเชื่อมั่น; ผลต่างระหว่างสัดส่วนประชากร; ค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุม

Abstract

The purpose of this research was to compare confidence intervals estimation methods for the difference between two independent population proportions with small sample. The criteria for selecting a suitable confidence interval were the coverage probability that must not lower than the specified confidence coefficient and the shortest average length. The estimation methods in this study were Classical method, Newcombe method, Adding-4 method, Peskun method and Recentered method. The comparison was done under conditions of one case sample size was $n_1 = n_2$ and the coefficient confidence value was 0.95. The conclusion of this study was as follow: Newcombe method had the coverage probability not lower than the specified confidence coefficient and the average length was shortest when $p_1 - p_2$ was 0.3 to 0.5. Peskun method had the coverage probability not lower than the specified confidence coefficient but the average length was longer than the other methods. Adding-4 method had the coverage probability not lower than the specified confidence coefficient and the average length was shortest when $p_1 - p_2$ was 0.5. Recentered method had the coverage probability not lower than the specified confidence coefficient but the average length was shorter than the other methods. The Classical method had the coverage probability lower than the specified confidence coefficient except when $p_1 - p_2$ is 0.0 and the average length was longer than the other methods for all cases.

Keywords: confidence interval; difference between population proportions; coverage probability

1. บทนำ

การประมาณค่าพารามิเตอร์เพื่อการอนุมานทางสถิติมี 2 แบบ คือ การประมาณแบบจุด (point estimation) และการประมาณแบบช่วง (interval estimation) การประมาณค่าแบบจุดเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ ที่ใช้ตัวประมาณเป็นฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มเป็นอิสระต่อกัน อยู่ภายใต้รูปแบบและการแจกแจงเดียวกัน ค่าที่ได้เป็นตัวเลขค่าเดียว ข้อดีของการประมาณแบบจุด คือ มีโอกาสน้อยมากที่ค่าพารามิเตอร์จากการประมาณจะตรงกับค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์ จึงมีผู้เริ่มคิดการประมาณแบบช่วงขึ้น การประมาณค่าแบบช่วงเป็นการประมาณพารามิเตอร์ θ ซึ่งเป็นตัวเลขจำนวนจริง การทำ

ข้อสรุปจึงเป็นในลักษณะของการให้ช่วงของค่าตัวเลขจำนวนจริงที่คลุมค่าพารามิเตอร์ $L(x) \leq \theta \leq U(x)$ และฟังก์ชันของตัวแปรสุ่มมาจากชุดของตัวอย่างสุ่มทั้งสองคือ $[L(x), U(x)]$ โดยที่ผลการประมาณทำให้ผู้วิจัยเชื่อมั่นได้ในระดับหนึ่งว่าช่วงที่ประมาณได้คลุมค่าพารามิเตอร์ที่ศึกษา การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน มีการกำหนดให้ $\{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}\}$ เป็นตัวแปรสุ่มขนาด n_1 จากการแจกแจงแบบแบร์นูลลี $Ber(p_1)$ และ $\{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}\}$ เป็นตัวแปรสุ่มขนาด n_2 จากการแจกแจงแบบแบร์นูลลี $Ber(p_2)$ โดยค่า p_1 และ p_2 เป็นความน่าจะเป็นที่เกิดผลสำเร็จในประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ จะได้ $Y_i = \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ มีการแจกแจงทวิ

นามเขียนแทนด้วย $Y_1 \sim B(n_1, p_1)$ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $n_1 p_1$ และความแปรปรวนเท่ากับ $n_1 p_1 q_1$ โดยที่ $q_1 = 1 - p_1$ และ จะได้ $Y_2 = \sum_{j=1}^n x_{2j}$ มีการแจกแจงทวินามเขียนแทนด้วย $Y_2 \sim B(n_2, p_2)$ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $n_2 p_2$ และความแปรปรวนเท่ากับ $n_2 p_2 q_2$ โดยที่ $q_2 = 1 - p_2$ การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน เป็นวิธีการทางสถิติอย่างหนึ่งที่พบในงานวิจัยและงานสำรวจทางการแพทย์ [1,2] วิธีการคำนวณที่ใช้กันมากที่สุดคือวิธีแบบฉบับ เพราะคำนวณง่าย แต่วิธีดังกล่าวใช้ได้ดีกับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ [1] การเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่ม $(p_1 - p_2)$ ที่เป็นอิสระกันนั้นมีหลายงานวิจัยที่กำหนดขอบเขตการวิจัยต่างกัน เช่น จารุภา [3] ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม $(p_1 - p_2)$ ที่เป็นอิสระกัน 3 วิธี คือ วิธี Hauck และ Anderson [4] วิธี Peskun [5,6] และวิธีอย่างง่ายสูตราร์ตัน [1] การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน 4 วิธีการ คือ วิธีวาลด์ วิธี Adding-4 วิธี T2 และวิธี Recentered Brown and Li [7] ได้ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นแบบใหม่สำหรับการประมาณผลต่างของค่าสัดส่วน ให้ชื่อว่าช่วงความเชื่อมั่นแบบ Recentered จากนั้นได้เปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นใหม่กับช่วงความเชื่อมั่นแบบ Wald, Score, Newcombe, Jeffrey, Agresti เป็นต้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่ม $(p_1 - p_2)$ ที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก เนื่องจากผู้วิจัยเห็นว่าในความเป็นจริง การวิจัยทางการแพทย์นั้น ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยสามารถหาได้มีจำนวนน้อย เช่น ผู้ป่วย หรือสัตว์บางชนิดที่จะ

นำมาใช้ในการทดลองหายได้ยาก เพื่อเพิ่มความถูกต้องและน่าเชื่อถือให้งานวิจัยที่ต้องใช้การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่ม $(p_1 - p_2)$ ที่เป็นอิสระกัน เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วน 2 กลุ่ม $(p_1 - p_2)$ ที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก 5 วิธี คือ วิธีแบบฉบับ วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธี Peskun และวิธี Recentered เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมภายใต้ขอบเขตการวิจัยเดียวกัน

2. วิธีการวิจัย

2.1 จำลองข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ กำหนดค่า n_1, n_2, p_1, p_2 ตามที่กำหนด และใช้คำสั่งในโปรแกรมสำเร็จรูป SAS สร้างตัวแปรสุ่ม Y_1 ที่มีแจกแจงแบบทวินามมีพารามิเตอร์ (n_1, p_1) และตัวแปรสุ่ม Y_2 ที่มีแจกแจงแบบทวินามมีพารามิเตอร์ (n_2, p_2) โดยในการวิจัยครั้งนี้ กำหนดขนาดตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเท่ากัน มีค่า 5, 10, 15, 20, 25 และ 30 กำหนดสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 1 คือ 0.1 ถึง 0.9 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 ค่าสัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 2 คือ 0.1 ดังนั้นผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่ม $(p_1 - p_2)$ มีค่าตั้งแต่ 0.0 ถึง 0.8 โดยเพิ่มขึ้นทีละ 0.1 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสำหรับสร้างช่วงความเชื่อมั่นคือ 0.95 สร้างแบบจำลองโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SAS ทดลองซ้ำ 50,000 ครั้ง

2.2 นำค่าตัวแปรสุ่ม Y_1 และ Y_2 ที่ได้ ไปคำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับแต่ละวิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ศึกษาดังนี้

2.2.1 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $(p_1 - p_2)$ วิธีการประมาณแบบฉบับ (Wald method) [8,9] คือ

$$(p_L, p_U) = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}$$

เมื่อ $\hat{p}_i = \frac{Y_i}{n_i}$; $i=1,2$

Y_1 คือ ตัวแปรสุ่ม ที่มีแจกแจงแบบทวินามมีพารามิเตอร์ (n_1, p_1)

Y_2 คือ ตัวแปรสุ่ม ที่มีแจกแจงแบบทวินามมีพารามิเตอร์ (n_1, p_2)

n_1 คือ ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1

n_2 คือ ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2

p_1 คือ สัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 1

p_2 คือ สัดส่วนทวินามในประชากรกลุ่มที่ 2

Z คือ เป็นค่า Z ที่เปิดได้จากตาราง Z

2.2.2 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$

วิธีการประมาณแบบนิวคอมบ์ [2] คือ

$$p_L \text{ คือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \sqrt{\frac{l_1(1-l_1)}{n_1} + \frac{u_2(1-u_2)}{n_2}}$$

$$p_U \text{ คือ } (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + \sqrt{\frac{u_1(1-u_1)}{n_1} + \frac{l_2(1-l_2)}{n_2}}$$

เมื่อ $\hat{p}_i = \frac{Y_i}{n_i}$; $i=1,2$ โดยที่ (l_1, u_1) คือ

$$\left(\frac{\hat{p}_1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{2n_1} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)/n_1 + z_{1-\alpha/2}^2/4n_1^2}}{1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{n_1}} \right)$$

และค่า (l_2, u_2) คือ

$$\left(\frac{\hat{p}_2 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{2n_2} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)/n_2 + z_{1-\alpha/2}^2/4n_2^2}}{1 + \frac{z_{1-\alpha/2}^2}{n_2}} \right)$$

2.2.3 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$

วิธีการประมาณแบบ Adding-4 [10] คือ $(p_L - p_U)$

$$\text{โดยที่ } (p_L, p_U) = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1+2} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2+2}}$$

เมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{Y_1+1}{n_1+2}$ และ $\hat{p}_2 = \frac{Y_2+1}{n_2+2}$ รวมทั้ง Y_1 เป็น

ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามที่มีพารามิเตอร์

n_1, p_1

2.2.4 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$

วิธีการประมาณแบบ Peskun [5,6] คือ $(p_L, p_U) =$

$$\left\{ (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{(N + Z_{\alpha/2}^2)}{4n_1n_2} - \frac{[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - C]^2}{N}} \right\}$$

$/\{1 + Z_{\alpha/2} / N\}$ เมื่อ $\hat{p}_i = \frac{Y_i}{n_i}$; $i=1,2$ เมื่อ N คือ

ผลรวมของขนาดตัวอย่าง $N = n_1 + n_2$ และ C คือ

ค่าปรับความต่อเนื่องของช่วงความเชื่อมั่นเท่ากับ

$$1/2 \left[\frac{1}{n_1n_2} \min(n_1, n_2) \right]$$

2.2.5 ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ $p_1 - p_2$

วิธีการประมาณแบบ Recentered [7] คือ (p_L, p_U)

โดยที่

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}} \pm \frac{t \sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \tilde{p}(1-\tilde{p}) - \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)^2}{n_1 + n_2}}}{\left(1 + \frac{t^2}{n_1 + n_2}\right)}$$

$$\tilde{p} = \begin{cases} \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \hat{p} < \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ \hat{p} & ; \frac{n_2(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \leq \hat{p} \leq 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \\ 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} & ; \hat{p} > 1 - \frac{n_1(p_1 - p_2)}{n_1 + n_2} \end{cases}$$

ตัวประมาณ p คือ $\hat{p} = \frac{n_2\hat{p}_1 + n_1\hat{p}_2}{n_1 + n_2}$ เมื่อ $\hat{p}_1 = \frac{Y_1}{n_1}$

และ $\hat{p}_2 = \frac{Y_2}{n_2}$ $p_1 = p + \frac{n_2p_1 + n_1p_2}{n_1 + n_2}$

$p_2 = p - \frac{n_2p_1 + n_1p_2}{n_1 + n_2}$ เมื่อ $t = t_{n_1+n_2-2, \alpha/2}$

2.3 คำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากวิธีประมาณ

ทั้ง 5 วิธี โดยการทำซ้ำ 50,000 ครั้ง ในแต่ละกรณี นับ

จำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ครอบคลุมพารามิเตอร์

$p_1 - p_2$ แล้วบวกสะสมไว้ ผลบวกสะสมที่ได้คือ

จำนวนช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมดที่ครอบคลุม

ค่าพารามิเตอร์ในแต่ละสถานการณ์ นำไปหา ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ของช่วงความเชื่อมั่น คำนวณจากจำนวนช่วงความเชื่อมั่นทั้งหมดที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หารด้วย 50,000

2.4 นำค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์เปรียบเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดโดยนำค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมค่าพารามิเตอร์จากการทดลองกรณีต่าง ๆ มาวิเคราะห์ โดยการทดสอบสมมติฐาน โดยวิธีการของ Ghosh [11] ซึ่งช่วงความเชื่อมั่นให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดคือ 0.95

$$\text{เมื่อ } \hat{\theta} \geq \theta - 1.645 \sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}$$

$$\hat{\theta} \geq 0.95 - 1.645 \sqrt{\frac{0.95 \times 0.05}{50000}} = 0.9484$$

จึงจะถือ

ว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

2.5 นำเฉพาะช่วงความเชื่อมั่นที่ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ไปคำนวณผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่น และคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จากผลรวมของผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หารด้วยจำนวนครั้งที่ทั้งหมดที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

2.6 การเปรียบเทียบจะดูจากช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมจะมีค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีช่วงความกว้างเฉลี่ยที่สั้นที่สุด

3. ผลการวิจัย

การวิจัยนี้ใช้เทคนิคการจำลองข้อมูลแบบมอนติคาร์โล โดยจำลองข้อมูลตัวอย่างที่มีการแจกแจงแบบทวินาม 2 ประชากร เพื่อเปรียบเทียบวิธีการ

ประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก 5 วิธี คือ วิธีแบบฉบับ วิธี Newcombe วิธี Adding-4 วิธี Peskun และวิธี Recentered โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากัน จำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด 50,000 ครั้ง โดยใช้เกณฑ์ดังนี้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ได้ผลดังตารางที่ 1

จากรูปที่ 1 เมื่อ $n_1 = n_2 = 5$ พบว่าวิธีแบบฉบับส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธี Peskun วิธี Newcombe วิธี Adding-4 และวิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อนำไปพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่าวิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.5 และ 1.0 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.0

เมื่อ $n_1 = n_2 = 10$ พบว่าวิธีแบบฉบับส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด วิธี Peskun วิธี Newcombe วิธี Adding-4 และวิธี Recentered ส่วนใหญ่ให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อนำไปพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่าวิธี Newcombe ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.5 วิธี Recentered ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.0 และ 1.0

ตารางที่ 1 ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$ ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

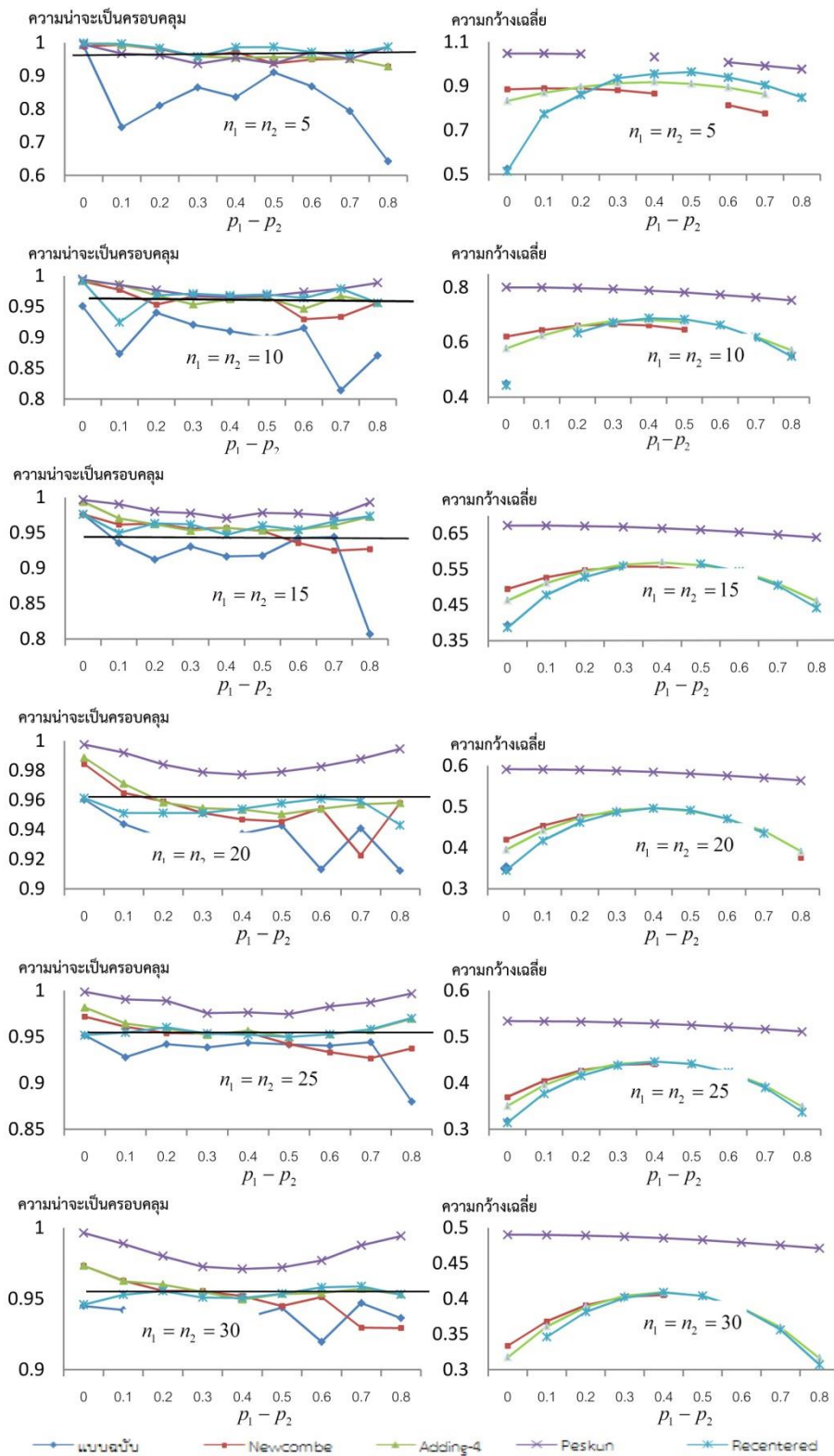
$n_1 = n_2$	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	แบบฉบับ	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
5	0.1	0.1	0.0	0.52566	0.88546	0.83187	1.04737	0.51392
	0.2	0.1	0.1	-	0.88966	0.86875	1.04769	0.77454
	0.3	0.1	0.2	-	0.88820	0.89493	1.04523	0.86124
	0.4	0.1	0.3	-	0.88201	0.91274	-	0.93558
	0.5	0.1	0.4	-	0.86619	0.91820	1.03235	0.95504
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.90962	-	0.96444
	0.7	0.1	0.6	-	0.81389	0.89306	1.00776	0.94006
	0.8	0.1	0.7	-	0.77651	0.86227	0.99154	0.90427
	0.9	0.1	0.8	-	-	-	0.97664	0.84889
10	0.1	0.1	0.0	0.44945	0.62117	0.57725	0.80119	0.44307
	0.2	0.1	0.1	-	0.64514	0.62456	0.80066	-
	0.3	0.1	0.2	-	0.66158	0.65892	0.79857	0.63476
	0.4	0.1	0.3	-	0.66658	0.67832	0.79484	0.67259
	0.5	0.1	0.4	-	0.66209	0.68248	0.78946	0.68875
	0.6	0.1	0.5	-	0.64715	0.67487	0.78255	0.68443
	0.7	0.1	0.6	-	-	-	0.77415	0.66341
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.62103	0.76453	0.61801
	0.9	0.1	0.8	-	0.55303	0.57114	0.75363	0.54892
15	0.1	0.1	0.0	0.39384	0.49500	0.46241	0.67309	0.38632
	0.2	0.1	0.1	-	0.52672	0.51129	0.67266	0.47774
	0.3	0.1	0.2	-	0.54729	0.54405	0.67106	0.52743
	0.4	0.1	0.3	-	0.55705	0.56295	0.66846	0.55787
	0.5	0.1	0.4	-	0.55700	0.56832	0.66443	-
	0.6	0.1	0.5	-	0.54442	0.56064	0.65967	0.56450
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.54492	0.65330	0.54284
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.50883	0.64600	0.50344
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.45922	0.63818	0.44047

ตารางที่ 1 (ต่อ)

$n_1 = n_2$	p_1	p_2	$p_1 - p_2$	แบบฉบับ	Newcombe	Adding-4	Peskun	Recentered
20	0.1	0.1	0.0	0.35038	0.42019	0.39511	0.59159	0.34518
	0.2	0.1	0.1	-	0.45412	0.44207	0.59121	0.41775
	0.3	0.1	0.2	-	0.47656	0.47358	0.58996	0.46212
	0.4	0.1	0.3	-	0.48803	0.49148	0.58781	0.48687
	0.5	0.1	0.4	-	-	0.49676	0.58475	0.49683
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.49010	0.58084	0.49174
	0.7	0.1	0.6	-	0.45776	0.47099	0.57606	0.47108
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.44084	0.57050	0.43584
	0.9	0.1	0.8	-	0.37609	0.39092	0.56411	-
25	0.1	0.1	0.0	0.31816	0.36978	0.34992	0.53394	0.31417
	0.2	0.1	0.1	-	0.40473	0.39536	0.53363	0.37726
	0.3	0.1	0.2	-	0.42741	0.42500	0.53258	0.41561
	0.4	0.1	0.3	-	0.43943	0.44154	0.53081	0.43808
	0.5	0.1	0.4	-	0.44119	0.44640	0.52840	0.44631
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.44079	0.52508	0.44142
	0.7	0.1	0.6	-	-	0.42403	0.52122	0.42343
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.39414	0.51651	0.38996
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.34852	0.51129	0.33704
30	0.1	0.1	0.0	-	0.33373	0.31729	0.49041	-
	0.2	0.1	0.1	-	0.36818	0.36074	0.49013	0.34617
	0.3	0.1	0.2	-	0.39087	0.38856	0.48924	0.38161
	0.4	0.1	0.3	-	0.40297	0.40445	0.48773	0.40156
	0.5	0.1	0.4	-	0.40534	0.40948	0.48560	0.40903
	0.6	0.1	0.5	-	-	0.40396	0.48287	0.40424
	0.7	0.1	0.6	-	0.37949	0.38723	0.47951	0.38674
	0.8	0.1	0.7	-	-	0.35966	0.47559	0.35620
	0.9	0.1	0.8	-	-	0.31629	0.47112	0.30703

หมายเหตุ : ตัวหนา หมายถึง วิธีการประมาณที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

- หมายถึง ไม่มีการหาค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพราะวิธีการประมาณให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

รูปที่ 1 ค่าประมาณความน่าจะเป็นครอบคลุมและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของ $p_1 - p_2$

เชื่อมั่นที่สั้นที่สุดเมื่อ $p_1 - p_2$ มีค่าเข้าใกล้ 0.0 และ 1.0 ดังนั้นวิธี Recentered เหมาะสมที่จะนำมาให้เมื่อ

$p_1 - p_2$ มีค่า 0.5 ยกเว้นเมื่อ $n_1 = n_2 = 10$, $n_1 = n_2 = 15$ สามารถสรุปเป็นตารางที่ 2 ได้ดังนี้

ตารางที่ 2 วิธีการประมาณที่เหมาะสมในแต่ละขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95

ขนาดตัวอย่าง ($n_1 = n_2$)	ค่าพารามิเตอร์ ($p_1 - p_2$)								
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
5	R	R	R	N	N	A	N	N	R
10	R	A	R	N	N	N	R	R	R
15	R	R	R	N	N	N	R	R	R
20	R	R	R	R	A	A	N	R	A
25	R	R	R	R	N	A	R	R	R
30	A	R	R	R	N	A	N	R	R

หมายเหตุ : C แทนวิธีแบบฉบับ, N แทนวิธี Newcombe, A แทนวิธี Adding-4, P แทนวิธี Peskun และ R แทนวิธี Recentered

5. ข้อเสนอแนะ

เกณฑ์การพิจารณาวิธีการที่เหมาะสมในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นในงานวิจัยนี้พิจารณาจากวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่ทำให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จากที่ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยของ Zhang [12] ผู้วิจัยพบว่ายังมีเกณฑ์ที่น่าสนใจสามารถนำมาใช้พิจารณาร่วมกับความน่าจะเป็นครอบคลุมและมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นได้ คือ ความแปรปรวนของค่าความกว้างของช่วงความเชื่อมั่น (variance of length of confidence interval)

6. รายการอ้างอิง

[1] สุदारัตน์ นิจสุนกิจ, 2553, การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างสัดส่วนสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน : การเปรียบเทียบ 4 วิธีการ,

วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.

[2] Newcombe, R. 1998, Interval estimation for the difference between independent proportion: Comparison of eleven method, Stat. Med. 17: 873-890.

[3] จารุภา ตริระพงษ์, 2541, การศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับผลต่างระหว่างค่าสัดส่วนของสองประชากร, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.

[4] Hauk, W.W. and Anderson, S., 1986, A comparison of large sample confidence interval method for the difference of two binomial probabilities, Am. Stat. 40: 318-322.

- [5] Peskun, P.H., 1990, A note on a general method for obtaining confidence intervals from samples from discrete distributions, Am. Stat. 44: 31-35.
- [6] Peskun, P.H., 1993, A new confidence interval method based on the normal approximation for difference of two binomial probabilities, J. Am. Stat. Assoc. 88: 656-661.
- [7] Brown, L. and Li, X., 2005, Confidence intervals for two sample binomial distribution, J. Stat. Plan. Inference 130: 359-375.
- [8] Wald, A. and Wolfowitz, J., 1939, Confidence limits for continuous distribution functions, Ann. Math. Stat. 10: 105-118.
- [9] Wald, A. and Wolfowitz, J., 1941, Note on confidence limits for continuous distribution functions, Ann. Math. Stat. 12: 118-119.
- [10] Agresti, A. and Caffo, B., 2000, Simple and effective confidence intervals for proportions and differences of proportion result from adding two successes and two failures, Am. Stat. 54: 280-288.
- [11] Ghosh, B.K., 1979, Comparison of some approximate confidence intervals for binomial parameter, J. Am. Stat. Assoc. 74: 894-900.
- [12] Zhang, H., 2010, Confidence and credibility intervals for the difference of two proportions, Revista Colombiana de Estadística 33: 63-88.