แผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับการเฝ้าสังเกตสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม

Quality Control Chart for Monitoring the Fraction Nonconforming in Production Process for Out-of-Control Process

วรรณนิศา รอดโอ*, จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง และธิดาพร ศุภภากร

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Wannisa Rod-o*, Juthaphorn Sinsomboonthong and Thidaporn Supapakorn

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University,

Ladyao, Chatuchak, Bangkok 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC โดยใช้ช่วงความเชื่อมั่นของ Agresti และ Coull มาประยุกต์สร้างขีดจำกัดควบคุมสำหรับสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิต และจำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงทวินามด้วยวิธีมอนติคาร์โลทั้งหมด 450 สถานการณ์ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงไปของสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตของแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอกับแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียแบบอื่น ๆ อีก 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย และแผนภูมิควบคุมบีตา โดยกำหนดปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้ สัดส่วนของเสีย (p_0) เท่ากับ 0.005, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2 ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10, 20, 30, 50, 150, 300 และระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสีย (δ) ในกระบวนการผลิตเท่ากับ 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือ ความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL_1) ผลการวิจัยพบว่าเมื่อ p_0 = 0.005, 0.02 แผนภูมิควบคุมบีตามีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้ดีในเกือบทุกระดับของ δ และ n แต่เมื่อสัดส่วนของเสียในกระบวนการมีค่ามากขึ้น กล่าวคือ p_0 = 0.05, 0.1, 0.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียจะมีประสิทธิภาพดีกว่า โดยแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC ที่นำเสนอพบว่าจะมีประสิทธิภาพดีเมื่อ δ = 3.0, 4.0 ในเกือบทุกระดับของ p_0 และ n

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุม; ความยาววิ่งเฉลี่ย; สัดส่วนของเสีย; การแจงแจงทวินาม

***ผู้รับผิดชอบบทความ :** wannisa1991sa@gmail.com

DOI 10.14456/tstj.2016.72

Abstract

The objective of this research is to propose the p_{AC} control chart. The Agresti and Coull confidence interval is applied to construct the control limits for fraction nonconforming in production process when the data are binomial distributed. The simulation study is conducted by Monte Carlo technique for 450 situations to compare the efficiency for detection the shift of fraction nonconforming in production process of the proposed control chart with three quality control charts, namely, p chart, moving average p chart, and beta control chart. The studied factors consist of five levels for fraction nonconforming (p_0) which are equal to 0.005, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, the sample size (n) is defined at 10, 20, 30, 50, 150, 300, and the shift of fraction nonconforming (δ) is determined at 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0. The criterion for an efficiency comparison in this study is the average run length (ARL_1). The research results show that in case of p_0 = 0.005 and 0.02, the beta control chart seems to be the efficiency to detect the shift of fraction nonconforming in process for almost all levels of δ and n. However, when the fraction nonconforming in process increases (p_0 = 0.05, 0.1, 0.2) the performance of moving average p chart is better. In addition, the proposed p_{AC} control chart shows good performance when δ = 3.0, 4.0 for almost all levels of p_0 and n.

Keywords: control chart; average run length; fraction nonconforming; binomial distribution

1. บทนำ

การควบคุมกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมจะทำให้ผลิตภัณฑ์ที่ได้มีสมบัติตรงตามที่ออกแบบไว้ เนื่องจากกระบวนการผลิตในทางอุตสาหกรรมย่อมเกิดความผันแปรของกระบวนการผลิตได้เสมอ ดังนั้นจึงต้องมีเครื่องมือเข้ามาช่วยในการควบคุมกระบวนการผลิต เครื่องมือชนิดหนึ่งที่นำมาใช้ในกระบวนการควบคุมคุณภาพการผลิต คือ แผนภูมิควบคุมคุณภาพ โดยสามารถจำแนกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ แผนภูมิควบคุมสำหรับตัวแปร (control charts for variable) และแผนภูมิควบคุมสำหรับคุณลักษณะ (control charts for attributes) ซึ่งแผนภูมิควบคุมสำหรับตัวแปรใช้เมื่อข้อมูลคุณภาพสินค้าวัดเป็นสเกลตัวเลขแบบต่อเนื่อง ส่วนแผนภูมิควบคุมสำหรับคุณลักษณะใช้เมื่อสิ่งที่วัดคุณภาพของสินค้าเป็นตัวแปรแบบไม่ต่อเนื่อง [1,2] การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาแผนภูมิควบคุมสำหรับคุณลักษณะโดยสนใจเฉพาะแผนภูมิที่ใช้เพื่อควบคุมสัดส่วนของเสียหรือจำนวนของเสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตเท่านั้น ซึ่งจำนวนของเสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตในที่นี้ถือว่าเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม โดยในปี ค.ศ. 1924 Shewhart [3] นำเสนอแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (p chart) เป็นครั้งแรก ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมแบบดั้งเดิมที่ยังนิยมใช้ในปัจจุบันและให้ความสำคัญกับข้อมูล ณ เวลาปัจจุบันเท่านั้นโดยประสิทธิภาพในการตรวจสอบความผิดพลาดของกระบวนการอาจไม่ดีเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการเพียงเล็กน้อย ดังงานวิจัยของ [4-7] ในเวลาต่อมาจึงได้มีผู้คิดค้นและพัฒนาแผนภูมิ

ควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียอีกมากมาย เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการควบคุมกระบวนการผลิต และสามารถตรวจพบการออกนอกการควบคุมได้อย่างรวดเร็ว เช่น ในปี ค.ศ. 2004 Khoo [6] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย (moving average p chart) เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย โดยให้ความสำคัญกับข้อมูลที่อยู่ในช่วงระยะเวลาของการเคลื่อนที่ที่สนใจศึกษา ส่วนข้อมูลในช่วงเวลาก่อนหน้านั้นจะถูกถ่วงน้ำหนักด้วยศูนย์ และในปี ค.ศ. 2012 Anna และ Caten [7] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมบีตา (beta control chart) สำหรับตรวจสอบกระบวนการที่มีตัวชี้วัดเป็นสัดส่วนของเสีย โดยให้ความสำคัญกับคุณภาพสำหรับของเสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตซึ่งมีการแจกแจงไม่สมมาตรและสัดส่วนของเสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตมีค่าต่ำ นอกจากนี้ได้มีงานวิจัยที่ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมดังกล่าวข้างต้นกับแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ ในการตรวจสอบความผิดปกติของกระบวนการผลิตได้ดีในสถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้ในปี พ.ศ. 2545 ภัทราทิพย์ [4] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิสัดส่วนของเสีย (p chart) แผนภูมิควบคุมคิว (Q chart) แผนภูมิอาร์คไซน์ (arcsine chart) และแผนภูมิควบคุมพีปรับแก้ (modified limit p chart) ผลการศึกษาสรุปได้ว่าเมื่อสัดส่วนของเสียและขนาดตัวอย่างมีค่ามากแผนภูมิสัดส่วนของเสียมีค่า ARL_1 ต่ำที่สุด ต่อมาในปี พ.ศ. 2546 อินทิพร [5] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมคิวและแผนภูมิเรขาคณิต ผลการศึกษาสรุปได้ว่ากรณีที่กระบวนการออกนอกการควบคุมและสัดส่วนของเสียมีค่าน้อยแผนภูมิเรขาคณิตมีประสิทธิภาพดีที่สุด แต่เมื่อสัดส่วนของเสียมีค่ามากและระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าสัดส่วนของเสียเพิ่มมากขึ้นแผนภูมิสัดส่วนของเสียจะมีประสิทธิภาพดี ในปี พ.ศ. 2555 ภัทรพิชชา [8] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับจำนวนรอยตำหนิ แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังเมื่อข้อมูลคุณภาพมีการแจกแจงปัวซง ผลการศึกษาพบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับจำนวนรอยตำหนิมีประสิทธิภาพดีเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงจำนวนรอยตำหนิมีขนาดปานกลางและเล็ก ในปี พ.ศ. 2556 ณัฐวุฒิ [9] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับจำนวนของเสีย แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังเมื่อข้อมูลคุณภาพมีการแจกแจงทวินามซึ่งมีศูนย์มาก ผลการศึกษาพบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับจำนวนของเสีย มีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิอื่น ๆ โดยให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุด ในเวลาต่อมาปี พ.ศ. 2557 สุพีชา [10] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมบีตา แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียและแผนภูมิควบคุมคิว ผลการศึกษาพบว่าเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม แผนภูมิควบคุมบีตามีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียได้ดีในกรณีสัดส่วนของเสียและขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการมีค่าน้อย นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีประสิทธิภาพดี ในกรณีที่สัดส่วนของเสียและขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการมีค่ามาก สำหรับหลักการสร้างแผนภูมิควบคุม Shewhart จะประกอบไปด้วยเส้นกึ่งกลาง (CL) ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) โดยทั่วไปจะกำหนดระยะห่างของขีดจำกัดควบคุมจากเส้นกึ่งกลางเท่ากับ

3 เท่า ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานซึ่งหมายความว่าจำนวนค่าสังเกตที่ตกอยู่ในช่วงขีดจำกัดควบคุมดังกล่าวจะมีประมาณ 99.74 % และเรียกว่าเป็นขีดจำกัดควบคุม 3σ สำหรับการคำนวณขีดจำกัดควบคุมจะมีหลักการคล้ายกับการประมาณพารามิเตอร์แบบช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ $(1-\alpha)\times 100\%$ เมื่อ $0<\alpha<1$ โดยช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพดีควรมีความน่าจะเป็นครอบคลุมตามที่กำหนดไว้และความกว้างโดยเฉลี่ยของช่วงแคบ ซึ่งในปี ค.ศ. 1998 Agresti และ Coull [11] ได้นำเสนอช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\times 100\%$ สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในการแจกแจงทวินาม ซึ่งพบว่ามีประสิทธิภาพดีกว่าช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\times 100\%$ สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในการแจกแจงทวินามของ Clopper และ Pearson และช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\times 100\%$ สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในการแจกแจงทวินามของ Wald ในด้านความน่าจะเป็นครอบคลุมในกรณีที่สัดส่วนของสิ่งที่สนใจมีขนาดเล็ก

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจนำช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)\times 100\%$ สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในการแจกแจงทวินามของ Agresti และ Coull มาประยุกต์เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC (p_{AC} control chart) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงไปของสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC ซึ่งนำเสนอในงานวิจัยนี้กับแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียอื่น ๆ อีก 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย และแผนภูมิควบคุมบีตา ในกรณีที่กระบวนการออกนอกการควบคุมเพื่อให้ผู้สนใจสามารถเลือกใช้แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมกับการใช้งาน และเกิดประสิทธิภาพมากที่สุดในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2. วิธีการวิจัย

2.1 สร้างข้อมูลให้มีการแจกแจงทวินาม โดยกำหนดพารามิเตอร์ n และ p ดังนี้

2.1.1 กำหนดสัดส่วนของเสียที่ต้องการควบคุม (p_0) เท่ากับ 0.005, 0.02, 0.05, 0.1 และ 0.2

2.1.2 กำหนดขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย (n) เท่ากับ 10, 20, 30, 50, 150 และ 300

2.1.3 เมื่อกระบวนการผลิตออกนอกการควบคุมกำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสีย (δ) เท่ากับ 1.3, 1.5, 2.0, 3.0 และ 4.0 โดยกำหนดสัดส่วนของเสียที่เปลี่ยนแปลงไป (p_1) คือ $p_1=\delta p_0$

2.1.4 กำหนดจำนวนกลุ่มย่อย (g) เท่ากับ 30

2.2 กำหนดให้ x_i คือ จำนวนของเสียของกลุ่มย่อยที่ i โดย i = 1, 2, ..., g ; n คือ ขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย; $p_i=\frac{x_i}{n}$ คือ สัดส่วนของเสียในตัวอย่างของกลุ่มย่อยที่ i ; g คือ จำนวนกลุ่มย่อย

คำนวณขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิควบคุมโดยประกอบไปด้วยเส้นกึ่งกลาง (CL) ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) ดังนี้

2.2.1 ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (p chart) เป็นดังนี้ [1,2]

$$CL=\bar{p}=\frac{\sum_{i=1}^{g}\hat{p}_i}{g},\quad UCL=\bar{p}+3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$ และ

$$LCL=\bar{p}-3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

2.2.2 ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย (moving average p chart) แบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้ [6]

(1) กรณี $i < w$ ขีดจำกัดควบคุม คือ

$$CL_M = \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{g} p_i}{g} \ , \ UCL_M = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{in}}$$

และ $LCL_M = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{in}}$

(2) กรณี $i \geq w$ ขีดจำกัดควบคุม คือ

$$CL_M = \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{g} p_i}{g} \ , \ UCL_M = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{wn}}$$

และ $LCL_M = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{wn}}$

งานวิจัยนี้เลือกช่วงระยะเวลาของการเคลื่อนที่ (w) เท่ากับ 6 เนื่องจากแผนภูมิค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียจะมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตดียิ่งขึ้น เมื่อช่วงระยะเวลาของการเคลื่อนที่ (w) มีขนาดใหญ่ ดังงานวิจัยของ [6] และ [10]

2.2.3 ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมบีตา (beta control chart) เป็นดังนี้ [7]

$$CL_B = \bar{p} = \frac{1}{g}\sum_{i=1}^{g} p_i \ , \ UCL_B = \bar{p} + w_2\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

และ $LCL_B = \bar{p} - w_1\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$ โดย w_1, w_2 คือค่าคงที่ซึ่งแสดงค่าในตารางของ [7]

2.2.4 ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC (p_{AC} control chart) มีหลักการสร้างดังนี้

Agresti และ Coull [11] แสดงให้เห็นเห็นว่าช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ Clopper และ Pearson สำหรับการประมาณพารามิเตอร์ของสิ่งที่สนใจในการแจกแจงทวินามมีประสิทธิภาพต่ำ ดังนั้น Agresti และ Coull จึงได้เสนอการปรับปรุงช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในการ แจกแจงทวินามของ Wald โดยช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนของสิ่งที่สนใจในการแจกแจงทวินามของ Agresti และ Coull มีรูปแบบดังสมการ (1) ดังนี้

$$p - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}\tilde{q}}{\tilde{n}}} \leq p \leq p + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}\tilde{q}}{\tilde{n}}} \qquad (1)$$

กำหนดให้ $\tilde{x} = x + \frac{z^2_{\frac{\alpha}{2}}}{2}$ และ $\tilde{n} = n + z^2_{\frac{\alpha}{2}}$ จะได้ $p = \frac{\tilde{x}}{\tilde{n}}$ และ $\tilde{q} = 1 - p$ เมื่อ x คือ จำนวนของเสีย; $z_{\frac{\alpha}{2}}$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงปรกติมาตรฐาน โดย $0 < \alpha < 1$; n คือ ขนาดตัวอย่าง

เนื่องจากช่วงความเชื่อมั่นในสมการที่ (1) เป็นช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพดีกว่าช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนของสิ่งที่สนใจของ Wald ในด้านความน่าจะเป็นครอบคลุมซึ่งเป็นไปตามที่กำหนดไว้ในกรณีที่สัดส่วนของสิ่งที่สนใจมีขนาดเล็ก ดังนั้นงานวิจัยจึงได้นำหลักการของช่วงความเชื่อมั่นของ Agresti และ Coull มาประยุกต์เพื่อใช้สร้างขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของ Wald โดยเรียกแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอนี้ว่าแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC (p_{AC} chart) ซึ่งสามารถประมาณขีดจำกัดควบคุม 3σ ได้ดังนี้

$CL_{AC} = p = \frac{\tilde{x}}{\tilde{n}}$, $UCL_{AC} = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n+9}}$

และ $LCL_{AC} = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n+9}}$

เมื่อ $x = \sum_{i=1}^{g} x_i + 4.5$ และ $\tilde{n} = ng + 9$

2.3 ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 2.1 ถึงข้อ 2.2 จำนวน 50,000 รอบ เพื่อหาค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดควบคุมบนและล่างของทั้ง 4 แผนภูมิ

2.4 คำนวณค่าสถิติวัดคุณภาพของแต่ละแผนภูมิควบคุม เมื่อสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลง $(p_1 = \delta p_0)$ ดังนี้

2.4.1 ค่าสถิติวัดคุณภาพของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมบีตา และแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC สามารถคำนวณได้โดยใช้ค่าสัดส่วนของเสียในตัวอย่างของกลุ่มย่อยที่ i นั่นคือ $p_i = \frac{x_i}{n}$ โดย $i = 1, 2, ..., g$ เมื่อ x_i คือจำนวนของเสียของกลุ่มย่อยที่ i และ n คือขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย

2.4.2 ค่าสถิติวัดคุณภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียสามารถคำนวณได้โดยใช้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของช่วงเวลา w ณ เวลา i ใด ๆ สำหรับสัดส่วนของเสีย (M_i) โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ (1) กรณีที่ 1 เมื่อ $i < w$:

$M_i = \frac{\sum_{j=1}^{i} p_j}{i}$ และ (2) กรณีที่ 2 เมื่อ $i \geq w$:

$M_i = \frac{\sum_{j=i-w+1}^{i} p_j}{w}$ โดย $i = 1, 2, ..., g$

2.5 นำค่าสถิติวัดคุณภาพที่คำนวณได้จากข้อ 2.4 ซึ่งเป็นค่าสถิติกรณีที่กระบวนการออกนอกการควบคุมมาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิที่คำนวณได้ในข้อ 2.3 เพื่อนับจำนวนค่าสถิติวัดคุณภาพดังกล่าวที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุมโดยมีการทำซ้ำ 50,000 รอบ สำหรับแต่ละสถานการณ์ แล้วหาผลรวมของค่าสถิติที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุมทั้งหมด

2.6 หาความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL_1) เมื่อกระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม โดยกำหนดให้ β คือ ความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจไม่พบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตแต่ในความเป็นจริงกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปแล้ว และความน่าจะเป็นที่กระบวนการผลิตสามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการเท่ากับ $1-\beta$ เมื่อพิจารณาว่ากระบวนการมีการเปลี่ยนแปลง แล้วตัวอย่างจำนวน $r-1$ ชุด ซึ่งแผนภูมิควบคุมไม่สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการจนกระทั่งชุดตัวอย่างที่ r แผนภูมิควบคุมจึงสามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงได้ จะได้ว่า R เป็นตัวแปรสุ่มแทนจำนวนชุดตัวอย่างที่ตรวจสอบจนกระทั่งแผนภูมิควบคุมตรวจพบการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกโดย R จะมีการแจกแจงเรขาคณิตซึ่งฟังก์ชันมวลความน่าจะเป็นคือ $f(r) = \beta^{r-1}(1-\beta)$ โดย $r = 1, 2, 3, ...$ และ $0 < \beta < 1$ ซึ่งจำนวนครั้งโดยเฉลี่ยที่ตรวจสอบจนกระทั่งแผนภูมิควบคุมตรวจพบการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกเมื่อกระบวนผลิตเปลี่ยนไปจากเดิม [1] คือ $ARL_1 = E(R) = \sum_{r=1}^{\infty} rf(r) = \sum_{r=1}^{\infty} r\beta^{r-1}(1-\beta) = \frac{1}{1-\beta}$ ดังนั้นสามารถประมาณค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมได้โดยนำค่าที่ได้จากข้อ 2.5 มาหารด้วยจำนวนรอบ 50,000 รอบ

2.7 เปรียบเทียบความยาววิ่งเฉลี่ยของแต่ละแผนภูมิในสถานการณ์ต่าง ๆ เมื่อกระบวนการผลิตอยู่

ภายนอกการควบคุม นั่นคือแผนภูมิควบคุมที่มีความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL_1) ต่ำที่สุด ถือว่าเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้ดีที่สุดในสถานการณ์นั้น ๆ

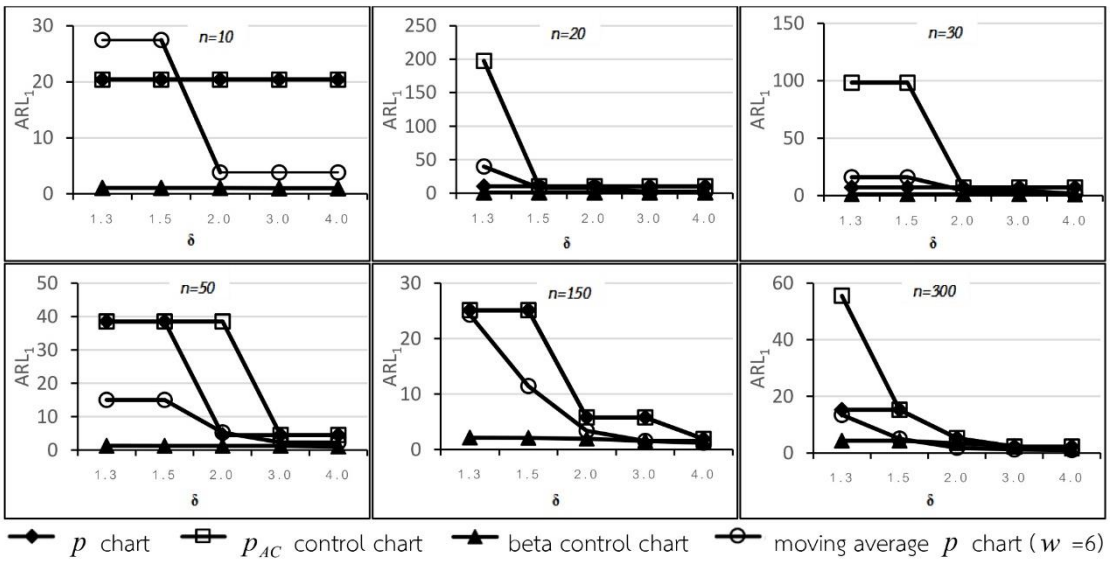
2.8 สรุปผลในแต่ละสถานการณ์

3. ผลการวิจัยและวิจารณ์

3.1 ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในด้านความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมกับแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียอื่น ๆ อีก 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย และแผนภูมิควบคุมบีตา โดยอาศัยข้อมูลจากการจำลองภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งหมด 450 สถานการณ์ ผลการวิจัยปรากฏในรูปที่ 1 ถึงรูปที่ 5 และสรุปผลได้ดังต่อไปนี้

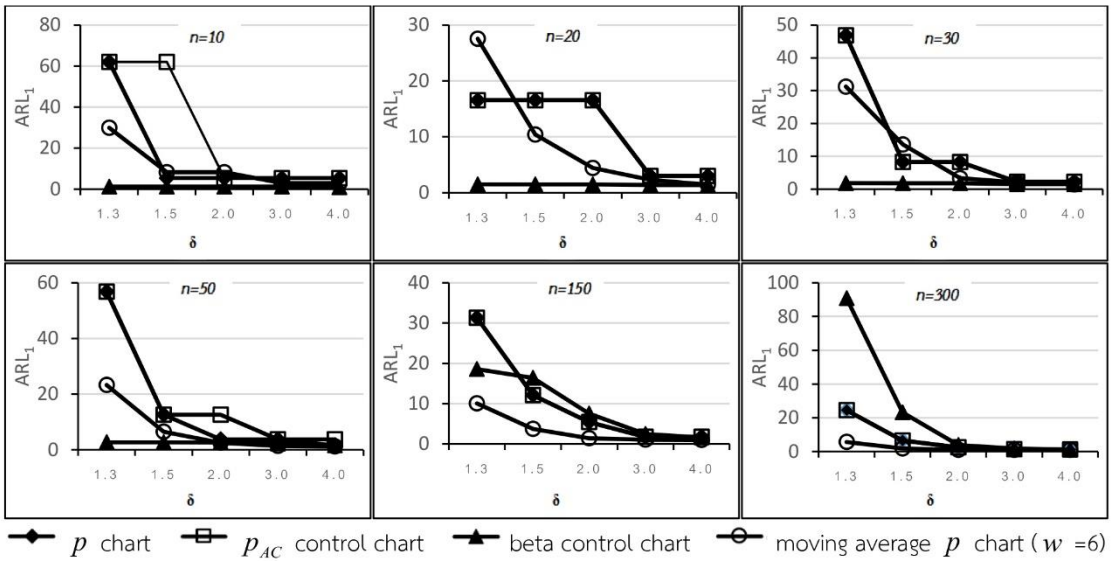
รูปที่ 1 แสดงค่า ARL_1 ของทั้ง 4 แผนภูมิควบคุม เมื่อ p_0 = 0.005; n = 10, 20, 30, 50, 150, 300; δ =1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 พบว่าแผนภูมิควบคุมบีตามีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดเกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้นที่ n = 150, 300 และ $\delta \geq$ 2.0 โดยประมาณ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียให้ประสิทธิภาพค่อนข้างดีกว่าเล็กน้อยสำหรับแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียและแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC ให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน โดยทั้ง 2 แผนภูมิดังกล่าวจะให้ประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียเมื่อ n = 10 และ $\delta \leq$ 1.5



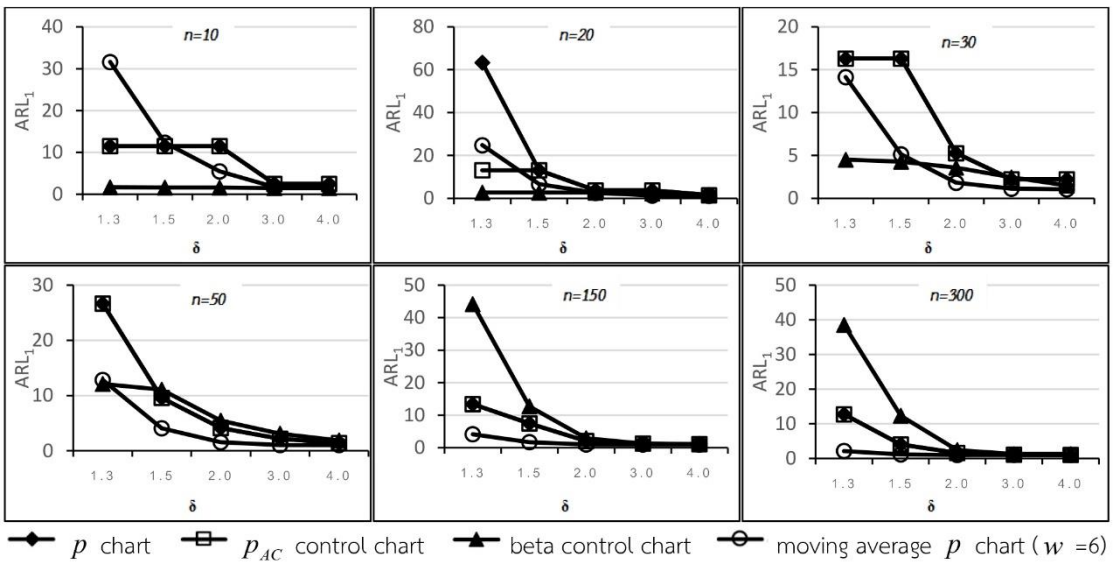
รูปที่ 1 ความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสีย 4 แผนภูมิ กรณีที่ p_0 = 0.005 และ δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0

รูปที่ 2 แสดงค่า ARL_1 ของทั้ง 4 แผนภูมิควบคุม เมื่อ p_0 = 0.02; n = 10, 20, 30, 50, 150, 300; δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 พบว่าแผนภูมิควบคุมบีตามีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดเมื่อ n = 10, 20,

30 เกือบทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการ และเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้นกล่าวคือ n = 50, 150, 300 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดเกือบทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการ นอกจากนี้ เมื่อ n = 30, 50, 150, 300 และ $\delta \geq 3.0$ ทั้ง 4 แผนภูมิมีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

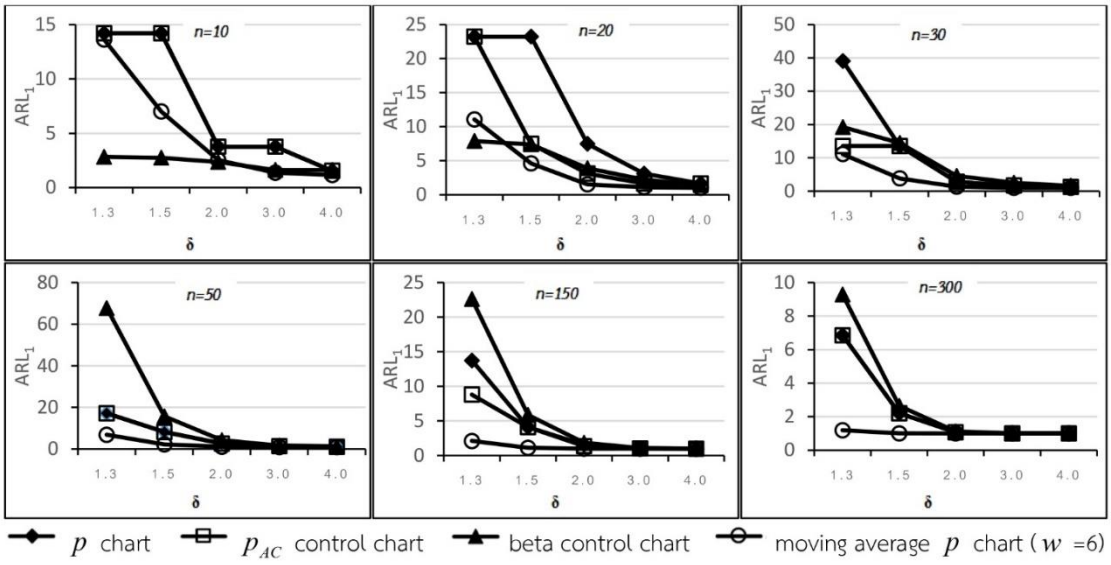


รูปที่ 2 ความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสีย 4 แผนภูมิ กรณีที่ p_0 = 0.02 และ δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0



รูปที่ 3 ความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสีย 4 แผนภูมิ กรณีที่ p_0 = 0.05 และ δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0

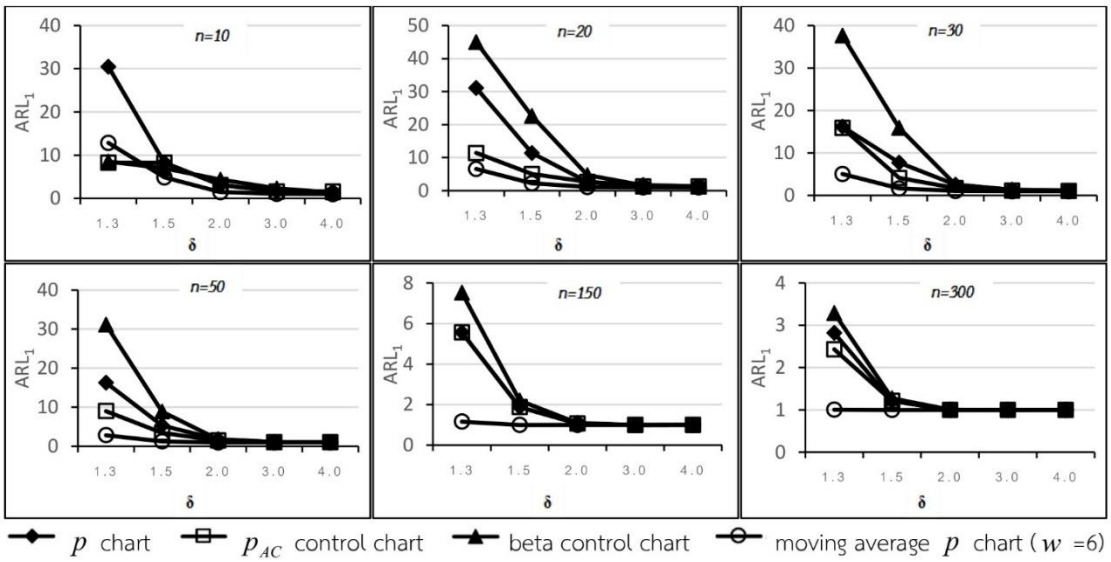
รูปที่ 3 แสดงค่า ARL_1 ของทั้ง 4 แผนภูมิควบคุม เมื่อ p_0 = 0.05; n = 10, 20, 30, 50, 150, 300; δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 พบว่าแผนภูมิควบคุมบีตามีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุด เมื่อ n = 10, 20, 30 เกือบทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการ และเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้นกล่าวคือ n = 50, 150, 300 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดเกือบทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการ นอกจากนี้ เมื่อ n = 30, 50, 150, 300 และ $\delta \geq 2.0$ ทั้ง 4 แผนภูมิมีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน



รูปที่ 4 ความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสีย 4 แผนภูมิ กรณีที่ p_0 = 0.1 และ δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0

รูปที่ 4 แสดงค่า ARL_1 ของทั้ง 4 แผนภูมิควบคุม เมื่อ p_0 =0.1; n =10, 20, 30, 50, 150, 300; δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 พบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดเกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้นที่ n = 10 และ $\delta \leq 2.0$ แผนภูมิควบคุมบีตามีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำกว่า สำหรับแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC จะมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมบีตา เมื่อ n = 30, 50, 150, 300 และทั้ง 4 แผนภูมิมีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน เมื่อ n = 30, 50, 150, 300 และ $\delta \geq 2.0$

รูปที่ 5 แสดงค่า ARL_1 ของทั้ง 4 แผนภูมิควบคุม เมื่อ p_0 = 0.2; n = 10, 20, 30, 50, 150, 300; δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0 พบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดเกือบทุกสถานการณ์ สำหรับแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมบีตาและแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของ เมื่อ n = 20, 30, 50, 150, 300 เกือบทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการ ซึ่งแผนภูมิทั้งสี่มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน เมื่อ n = 20, 30, 50, 150, 300; $\delta \geq 2.0$



รูปที่ 5 ความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสีย 4 แผนภูมิ กรณีที่ p_0 = 0.2 และ δ = 1.3, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0

3.2 วิจารณ์

ผลจากการจำลองข้อมูลในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในด้านความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสีย 4 แผนภูมิ เมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม พบว่าแผนภูมิควบคุมบีตามีประสิทธิภาพค่อนข้างดีเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยและสัดส่วนของเสียมีค่าน้อย ส่วนแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีประสิทธิภาพค่อนข้างดีเมื่อสัดส่วนของเสียมีค่ามาก ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุพีชา [10] และยังพบว่าแผนภูมิควบคุมบีตามีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Anna และ Caten [7] นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนสำหรับสัดส่วนของเสียค่อนข้างจะมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียเมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียในกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Khoo [6]

4. สรุป

ผลการศึกษาพบว่าเมื่อสัดส่วนของเสียมีค่าเพียงเล็กน้อย (p_0 = 0.005, 0.02) แผนภูมิควบคุมบีตามีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดเกือบทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียและขนาดตัวอย่าง n แต่เมื่อสัดส่วนของเสียมีค่ามากขึ้น (p_0 = 0.05, 0.1, 0.2) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสียมีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดเกือบทุกระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียและขนาดตัวอย่าง n นอกจากนี้เมื่อสัดส่วนของเสียมีค่ามาก (p_0 = 0.1, 0.2) ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 300 และระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัดส่วนของเสียมีค่ามาก ($\delta \geq$ 3.0) แผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียทั้ง 4 แผนภูมิมีแนวโน้มให้ค่า ARL_1 ใกล้เคียงกัน ซึ่ง

แผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียที่ให้ค่า ได้ดังตารางที่ 1 ARL_1 ต่ำที่สุดในแต่ละสถานการณ์ต่าง ๆ สามารถสรุป

ตารางที่ 1 แผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดในสถานการณ์ต่าง ๆ

p_0	n	δ				
		1.3	1.5	2.0	3.0	4.0
0.005	10	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	20	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	30	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	50	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	150	Beta	Beta	Beta	Moving 6	Moving 6
	300	Beta	Beta	Moving 6	Moving 6	Moving 6
0.02	10	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	20	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	30	Beta	Beta	Beta	Beta	Moving 6
	50	Beta	Beta	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	150	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	300	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
0.05	10	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	20	Beta	Beta	Beta	Beta	Beta
	30	Beta	Beta	Beta	Moving 6	Moving 6
	50	Beta	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	150	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	300	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
0.1	10	Beta	Beta	Beta	Moving 6	Moving 6
	20	Beta	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	30	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	50	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	150	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	300	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Beta, p , p_{AC} , Moving 6
0.2	10	Beta	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	20	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	30	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	50	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	150	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Moving 6
	300	Moving 6	Moving 6	Moving 6	Beta, p , p_{AC} , Moving 6	Beta, p , p_{AC} , Moving 6

p คือ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย; Beta คือ แผนภูมิควบคุมบีตา; Moving 6 คือ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับสัดส่วนของเสีย เมื่อ w =6 และ p_{AC} คือแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย AC

5. ข้อเสนอแนะ

5.1 การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้ช่วงความเชื่อมั่นมาสร้างขีดจำกัดควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสีย ดังนั้นผู้ที่สนใจอาจจะสร้างแผนภูมิควบคุมคุณภาพชนิดอื่น ๆ จากช่วงความเชื่อมั่นที่คิดค้นมาใหม่สำหรับการพัฒนาแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

5.2 เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาเฉพาะขีดจำกัดควบคุม 3σ ผู้ที่สนใจอาจศึกษาขีดจำกัดควบคุมอื่น ๆ เช่น σ , 2σ , 4σ หรือ 5σ

5.3 ผู้ที่สนใจอาจศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมคุณภาพสำหรับสัดส่วนของเสียชนิดอื่น ๆ เพิ่มเติมได้ เช่น แผนภูมิควบคุม CPC [12]

6. รายการอ้างอิง

[1] จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง, 2558, การควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ, พิมพ์ครั้งที่ 2, จามจุรีโปรดักส์จำกัด, กรุงเทพฯ, 385 น.

[2] Montgomery, D.C., 2012, Introduction to Statistical Quality Control, 7th Ed., John Wiley, New York, 768 p.

[3] Shewhart, W.A., 1924, Economic control of quality manufactured product, Van Nostrand Reinhold, Princeton.

[4] ภัทราทิพย์ อินทปุระ, 2545, การเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, 149 น.

[5] อินทิพร กิติโสภากุล, 2546, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิพี (p-chart), แผนภูมิคิว (Q-chart) และแผนภูมิจีออเมตริก (G-chart) ในการตรวจจับความเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสีย, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, กรุงเทพฯ, 68 น.

[6] Khoo, B.M., 2004, A moving average control chart for monitoring the fraction non-conforming, Qual. Reliab. Eng. Int. 20: 617-635.

[7] Anna, A.M. and Caten, C.S., 2012, Beta control charts for monitoring fraction data, Exp. Syst. Appl. 39: 10236-10243.

[8] ภัทรพิชชา แก้วศรีขาว, 2555, ความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับรอยตำหนิ, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, กรุงเทพฯ, 66 น.

[9] ณัฐวุฒิ อุ่นวรรณธรรม, 2556, ความยาววิ่งเฉลี่ยและพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของตัวแบบทวินามที่มีศูนย์มาก, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, กรุงเทพฯ, 92 น.

[10] สุพีชา รุ่งเรือง, 2557, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสีย, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ, 117 น.

[11] Agresti, A. and Coull, B., 1998, Approximate is better than exact for interval estimation of binomial proportions, Amer. Stat. 52: 119-126.

[12] Chan, L.Y., Lin, D.K.J., Xie, M. and Goh, T.N., 2002, Cumulative probability control charts for geometric and exponential process characteristics, Prod. Res. 38: 397-408.