

การวิเคราะห์กระบวนการอบแห้งในวัสดุพรุน
(II การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวิเคราะห์
การถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพรุน)
The Analysis of Drying Process in Porous Media
(II Development of Mathematical Model for Analysis
of Heat and Mass Transfer in Porous Media)

ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต คลองหลวง ปทุมธานี 12121

โทร 02 5643001-9 ต่อ 3153 email: ratphadu@engr.tu.ac.th

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้จะต่อเนื่องจากบทความวิจัยฉบับแรก (ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช[1]) โดยเริ่มต้นจะนำเสนอรายงานการวิจัยของกระบวนการถ่ายเทความร้อนและมวลสารที่เกิดขึ้นในระหว่างกระบวนการอบแห้งในวัสดุพรุนที่เคยได้ตีพิมพ์ในรอบหลายปีที่ผ่านมา จากนั้นบทความวิจัยนี้ได้กล่าวถึงระเบียบวิธีการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยเทคนิคปริมาตรเฉลี่ย (volume average technique) ผลที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เงื่อนไขขอบเขตต่างๆ จะทำการเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองเพื่อยืนยันความถูกต้องและประสิทธิภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้น ผลจากการศึกษาพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถใช้อธิบายและวิเคราะห์กระบวนการอบแห้งในวัสดุพรุนได้เป็นอย่างดี และสามารถนำเป็นข้อมูลพื้นฐานที่จะใช้ในการออกแบบระบบจริงในทางปฏิบัตินอกเหนือจากนี้บทความวิจัยฉบับนี้ได้เสนอรายงานวิจัยที่เด่นๆ เกี่ยวกับการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนและมวลสารในกระบวนการอบแห้งที่อาจจะเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการอบแห้งในวัสดุพรุนดังได้แสดงไว้ในเอกสารอ้างอิง ([11] - [27]) ในตอนท้ายของบทความวิจัย

ABSTRACT

This paper is developed that extends a previous paper (ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช[1]) based explanation of fundamental drying phenomena in porous media. In this paper the starting point is the reviews of research paper in drying process for the several years. From a general theory of drying porous media, we have constructed a fully coupled model that consists a set of coupled volume average for transport equations. Attention is focused on the verification of numerical solution at several conditions. This is achieved via comparisons with experimental data for conventional drying of porous media. From this study, the capability of the mathematical model to correctly handle the field variations at the interfaces between materials of different hydrodynamic properties was shown. With further quantitative validation of the mathematical model, it is clear that the model can be used as a real tool

for investigating in detail this particular convective drying of porous material at a fundamental level. Furthermore, the significant papers for several decades in drying porous media are also presented in reference section.

1. บทนำ

โดยทั่วไปการวิเคราะห์การไหลและการถ่ายเทความร้อนจะอยู่บนพื้นฐานของสมการส่งถ่าย (transport equation) ซึ่งเป็นผลลัพธ์มาจากกฎการสมดุลเชิงอนุพันธ์ ในการทำนายพฤติกรรมรวมของกระบวนการ เช่น อัตราการไหล หรือ พลังค์ความร้อน จะต้องอาศัยข้อมูลจากสิ่งแวดล้อมหรือเงื่อนไขขอบเขตของระบบมาช่วยประกอบในการคำนวณ

เมื่อมีของไหลไหลผ่านโครงสร้างที่ซับซ้อน เช่น วัสดุพรุน สมการที่ใช้ในการวิเคราะห์ ยังคงต้องอาศัยสมการเฉพาะตำแหน่งหรือเชิงจุลภาคสำหรับอธิบายพฤติกรรมการไหลภายในช่องว่างหรือรูพรุน อย่างไรก็ตามเนื่องจากวัสดุพรุนมีรูปร่างเชิงเรขาคณิตของพื้นผิวภายในที่ประกอบจากส่วนโค้งของอนุภาคของแข็งที่ซับซ้อนมาก ซึ่งผิวดังกล่าวนั้นจะห่อหุ้มโดเมนของของไหลภายในวัสดุพรุน จากความซับซ้อนของปรากฏการณ์ทางกายภาพภายในวัสดุพรุน ทำให้การหาค่าตอบทั่วไปสำหรับวิเคราะห์หาความเร็วและอุณหภูมิซึ่งเป็นไปได้ยาก เพื่อที่จะเอาชนะความยุ่งยากดังกล่าว ปรากฏการณ์ทางกายภาพในวัสดุพรุนจึงมักจะอธิบายในรูปสมการเชิงมหภาค (macroscopic Equations) ซึ่งเป็นจริงก็ต่อเมื่อโดเมนที่พิจารณาถือว่าเป็นปริมาตรเชิงเฉลี่ยที่ประกอบมาจากรูพรุนหลายๆอัน ซึ่งรากฐานสมการนี้ก็หาได้มาจากสมการเชิงจุลภาคโดยผ่านเทคนิคปริมาตรเฉลี่ย (volume average technique) (Whitaker [2], [3] และ Ratanadecho et al. [4]) โดยที่สมการดังกล่าวนี้สามารถใช้ได้จริงสำหรับค่าเฉลี่ยของปริมาณเชิงจุลภาคต่างๆ ปริมาณต่างๆที่พบบ่อยในการศึกษาเกี่ยวกับวัสดุพรุน อาทิเช่น Porosity, ϵ และความเร็วที่ไหลผ่านรูพรุน, U ซึ่งปริมาณเหล่านี้ถือว่าเป็นค่าเฉลี่ยเท่านั้น

สำหรับสมการที่ใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนและมวลสารในวัสดุพรุน เคยเสนอไว้โดย Philip และ Devries [5] ในปี ค.ศ. 1951 และในช่วงเวลาเดียวกันโดย Luikov [6] หลังจากนั้นก็มีนักวิจัยหลายท่าน ([7] - [10]) ได้พิสูจน์ที่มาของสมการสมดุลเชิงมหภาคในการถ่ายเทความร้อน

และมวลสารในกระบวนการอบแห้งโดยอาศัยวิธีปริมาตรเฉลี่ยเช่นกัน

วัตถุประสงค์บทความวิจัยฉบับนี้เพื่อนำเสนอแบบจำลองเชิงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเทความร้อนและมวลสารเพื่อใช้อธิบายและวิเคราะห์กระบวนการอบแห้งในวัสดุพรุน โดยเริ่มต้นจากการนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และการวิเคราะห์ทั่วไปเกี่ยวข้องกับการกระบวนการอบแห้งภายใต้สภาวะภายนอกคงที่ จากนั้นจะเป็นนำตัวอย่างงานวิจัยเด่นๆที่เคยได้ตีพิมพ์ในช่วงที่ผ่านมาซึ่งมีการเปรียบเทียบกันระหว่างการทดลองกับผลการคำนวณเชิงทฤษฎีเพื่อทำให้ผู้อ่านได้เห็นถึงภาพรวมของการวิจัยในศาสตร์การถ่ายเทความร้อนและมวลสารในกระบวนการอบแห้งวัสดุพรุน

สำหรับรายงานวิจัยที่เด่นๆเกี่ยวกับการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนและมวลสารในกระบวนการอบแห้งที่อาจจะเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการอบแห้งในวัสดุพรุนได้แสดงไว้ในเอกสารอ้างอิง ([11] - [27]) ในตอนท้ายของบทความวิจัยฉบับนี้

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการอบแห้ง

สำหรับสมการสมดุลนี้ของมวลและพลังงานเชิงมหภาคที่ครอบคลุมปรากฏการณ์ที่พิจารณาสามารถแสดงได้ดังนี้ (Ratanadecho et al. [25])

3. สมการสมดุลเชิงมวล

- สถานะของเหลว

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 x_l) + \nabla \cdot (\rho_l \vec{u}_l) = -m \quad (1a)$$

- สถานะก๊าซ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 x_g) + \nabla \cdot (\rho_g \vec{u}_g) = m \quad (1b)$$

- สถานะไอ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 x_v) + \nabla \cdot (\rho_v \vec{u}_v + \vec{J}_v) = m \quad (1c)$$

- สถานะอากาศ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 x_a) + \nabla \cdot (\rho_a \vec{u}_g - \vec{J}_v) = 0 \quad (1d)$$

ในสมการเหล่านี้ สัญลักษณ์

t คือ เวลา

ρ_i คือ ความหนาแน่นของสารแต่ละสถานะ

$\vec{u}_i$ คือ ความเร็วเฉลี่ยเชิงมวล

$\vec{J}_v$ คือ ฟลักซ์ความหนาแน่นของการกระจายตัวเชิงมวล (diffusion mass flux)

m คือ อัตราการระเหยหรือการกลั่นตัวภายในรูพรุน

ส่วนตัวห้อยท้าย $i = l, v, g, a, s$ หมายถึง สถานะของของเหลว ไอ ก๊าซ อากาศ และของแข็งตามลำดับ

สัดส่วนเชิงมวล (mass content) ของสสารแต่ละสถานะ x_l และ x_g จะสัมพันธ์กับสัดส่วนเชิงปริมาตร (volumic content) θ_l และ θ_g หรือดีกรีความอิ่มตัว s_l และ s_g ดังแสดงข้างล่างนี้

$$\varepsilon s_l = \theta_l = \frac{\rho_0}{\rho_l} x_l; \varepsilon s_g = \theta_g = \frac{\rho_0}{\rho_g} x_g \quad (2)$$

เมื่อ $\rho_0 = \rho_s \theta_s$ คือความหนาแน่นของวัสดุพรุนที่แห้ง และ ε คือค่าความพรุน (porosity) สมการสมดุลพลังงาน

$$(\rho C)^* \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_l C_{pl} \vec{u}_l + \rho_g C_{pg} \vec{u}_g) \cdot \nabla T = -\nabla \cdot \vec{q} - \Delta h_v m + Q_g \quad (3)$$

ในที่นี้ $(\rho C)^* = \rho_0 C_{ps} + \rho_l x_l C_{pl} + \rho_g x_g C_{pg}$ คือค่าความจุความร้อนเชิงปริมาตรเฉลี่ยของวัสดุพรุน

T คือ อุณหภูมิ

C_{pl} คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะของสสารแต่ละสถานะ

$\vec{q}$ คือ ค่าความหนาแน่นของฟลักซ์ความร้อน

Δh_v คือ ค่าเอนทัลปีของการระเหย

Q_g คือ ค่าอัตราความร้อนที่ผลิตขึ้นภายในต่อหน่วยปริมาตร ในสมการสมดุลแต่ละสมการข้างบนนี้ประกอบด้วยเทอม

ต่างๆ ซึ่งสามารถอธิบายในรายละเอียดได้ดังนี้

- เทอมแรก หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงต่อเวลาของมวลหรือพลังงาน

- เทอมที่สอง หมายถึง การการพาเชิงมวลหรือการส่งถ่ายพลังงาน

- เทอมที่สาม หมายถึง การแพร่กระจายเชิงมวล หรือการถ่ายเทพลังงาน

- เทอมที่สี่ หมายถึง แหล่งสะสมมวลสารหรือพลังงาน อันเนื่องมากระบวนการระเหยตัวหรือกลั่นตัว เพื่อให้ได้ซึ่งสมการที่สมบูรณ์เพื่อวิเคราะห์และทำนายกระบวนการรอบข้างในวัสดุพรุน จะต้องทำการรวมระบบสมการ (1) และ (3) เข้าด้วยกันโดยผ่านความสัมพันธ์ของข้อกำหนดต่างๆต่อไปนี้

1. กฎข้อต่างๆที่เกี่ยวข้องกับฟลักซ์ความหนาแน่นเชิงมวลเช่น

- ความเร็วเฉลี่ยเชิงมวล (average mass velocities) ของสสารสถานะต่างๆ: $\vec{u}_l$ และ $\vec{u}_g$

- ฟลักซ์ความหนาแน่นของการกระจายตัวเชิงมวล (diffusion mass flux density) ในของไหลสถานะก๊าซ: $\vec{J}_v$ และ

- ฟลักซ์ความหนาแน่นของการแพร่กระจายตัวของความร้อน (diffusion heat flux density) ภายในวัสดุพรุน: $\vec{q}$

2. กฎของสภาวะ (state law) สำหรับสสารสถานะต่างๆ และ

3. สมการเสริมต่างๆ (complementary equations) ที่ครอบคลุมถึงสภาวะสมดุลในแต่ละสถานะ

จากทั้งหมดที่กล่าวมาข้างต้นจะต้องเกี่ยวข้องกับสมการต่างๆดังต่อไปนี้ กฎของ ดาร์ซี (Darcy 's Law)

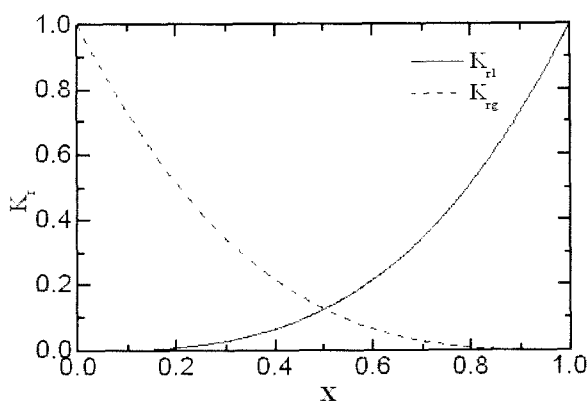
$$\vec{u}_l = -\frac{K_l}{\mu_l} \cdot [\nabla p_l - \rho_l \vec{g}] \quad (4)$$

$$\vec{u}_g = -\frac{K_g}{\mu_g} \cdot [\nabla p - \rho_g \vec{g}] \quad (5)$$

สมการเหล่านี้จะใช้ได้สำหรับของไหลที่มีลักษณะ นิวตัน เนิยไม่อัดตัวไม่ได้ (Newtonian incompressible) และไม่ผสมกันในระหว่างสถานะ (immiscible) และผลของความเฉื่อยและความหนืดไม่คำนึงถึง สำหรับ K_l และ K_g คือค่าประสิทธิผล

ในการซึมผ่านของของเหลว (effective liquid phase permeability) และค่าประสิทธิผลในการซึมผ่านของก๊าซ (effective gas phase permeability) ตามลำดับ

เพื่อสะดวกในการวิเคราะห์เชิงทฤษฎี K_l และ K_g มักจะแสดงในรูปต่อไปนี้ กล่าวคือ $K_l = K K_{rl}$ และ $K_g = K K_{rg}$ เมื่อ K เป็นค่าการซึมผ่านสัมบูรณ์ (intrinsic permeability) และ $K_{rl}(x)$ กับ $K_{rg}(x)$ เป็นค่าสัมพัทธ์ (relative permeability) ของของเหลวและก๊าซตามลำดับ ซึ่งค่านี้จะแปรเปลี่ยนจาก 0 ถึง 1 ดังแสดง



รูปที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมพัทธ์กับความชื้นในวัสดุพูน (Ratanadecho et al. [25])

กฎของการแพร่กระจาย (diffusion law) ในระดับมหภาค

-กฎของ Fick (Fick's law) สำหรับการแพร่กระจายของไอน้ำ

$$\vec{J}_v = -\rho_g D \cdot \nabla \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad (6)$$

กฎของ Fourier (Fourier's law) สำหรับการกระจายตัวของความร้อนโดยการนำ

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \nabla T \quad (7)$$

ในการใช้กฎของ Fick สำหรับหาฟลักซ์ความหนาแน่นเชิงมวลของไอน้ำของไหลสถานะก๊าซถือว่าเป็นค่าประมาณ และใช้ได้สำหรับอาณาบริเวณที่มีลักษณะ continuous (เส้นทาง

ในรูปที่ [1] โดยปกติค่า K_l และ K_g ยังขึ้นอยู่กับลักษณะการเรียงตัวของโครงสร้างวัสดุพูนเอง และขึ้นอยู่กับปริมาณของไหลที่อยู่ในรูพูนด้วย เช่นกันมันยังขึ้นอยู่กับโครงสร้างดั้งเดิมของวัสดุพูนก่อนที่จะผ่านกระบวนการอบแห้งหรือทำความชื้น โดยปกติในการวิเคราะห์กระบวนการอบแห้งจะพิจารณาให้ K_l และ K_g เป็นฟังก์ชันของความชื้นและแปรเปลี่ยนไปกับคาบเวลา ปกติค่า K_l และ K_g ของวัสดุแต่ละชนิด ปกติจะได้อามาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือจากการทดลองจริงในห้องปฏิบัติการ

อิสระของโมเลกุลเฉลี่ย (mean molecular free path) มีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลางของรูพูน) โดยทั้งนี้ค่าการกระจายเชิงอุณหภูมิและการกระจายเชิงความดันไม่นำมาคำนึงถึง ที่กล่าวมานี้ถือว่าเป็นกรณีทั่วไปของกระบวนการอบแห้งในวัสดุพูนที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของรูพูนมีค่ามากกว่า 10^{-7} m อย่างไรก็ตามเมื่ออันตรกิริยาระหว่างของไหลในสถานะก๊าซและโครงสร้างของอนุภาคของแข็ง (solid matrix) มีความสำคัญเป็นพิเศษโดยเฉพาะที่เงื่อนไข $d < 10^{-7}$ m และ $p < 10^3$ Pa กรณีนี้ความเร็วสลิปโมเลกุล (slip molecular velocity) จะต้องนำมาคำนึงถึงในการวิเคราะห์เกี่ยวกับการไหลในลักษณะเป็นกลุ่มก้อน (bulk flow) และการไหลในลักษณะแพร่กระจาย (diffusion flow) ในบางกรณีค่าการซึมผ่านต่ำสุด (intrinsic permeability) ของของไหลสถานะก๊าซจะต้องมีการดัดแปลง

และผลของ knudsen (Knudsen effect) จะต้องนำมาคิดรวมในสมการการแพร่กระจายของ Fick (Fick diffusion)

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ D ที่ปรากฏอยู่ในสมการของ Fick เราเรียกว่าค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายเชิงมวลของไอน้ำที่ผสมอยู่กับอากาศในวัสดุพูน ซึ่งค่านี้จะขึ้นอยู่กับลักษณะการเรียงตัวของโครงสร้างวัสดุพูนที่มีความชื้นอยู่ ซึ่งค่านี้ส่วนใหญ่ได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการ

พิจารณาในสมการของฟลักซ์ความหนาแน่นเชิงความร้อน (heat flux density) λ คือค่าการนำความร้อนประสิทธิผลซึ่งค่านี้จะขึ้นอยู่กับค่าการนำความร้อนของสสารแต่ละสถานะ ความชื้นที่มีอยู่ และคุณลักษณะทางโครงสร้างของตัววัสดุพูนเอง ค่าการนำความร้อนประสิทธิผลส่วนใหญ่ได้มาจากข้อมูลจากการทดลองในห้องปฏิบัติการ

สมการสภาวะ (State laws)

ในการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนและการถ่ายเทมวลสารในวัสดุพูนจะต้องมีสสารที่มีสถานะเป็นก๊าซซึ่งเป็นส่วนผสมระหว่างไอน้ำและอากาศภายในวัสดุพูนซึ่งก๊าซเหล่านี้จะสมมุติให้เป็นก๊าซในอุดมคติทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ โดยที่ความหนาแน่นส่วนย่อยๆสามารถคำนวณได้จากสมการสภาวะ และจะให้นิยามสำหรับความหนาแน่นรวมของก๊าซเป็น ρ_g และความเร็วเฉลี่ยเชิงมวลของก๊าซเป็น $\vec{u}_g$

$$\text{เมื่อ } p_i = \rho_i R_i T \quad \rho_g = \sum_i \rho_i \quad (8)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$p = \sum_i p_i \quad \rho_g \vec{u}_g = \sum_i \rho_i \vec{u}_i \quad (9)$$

$$\text{เมื่อ } i = a, v; \quad R_i = R / M_i$$

สมการความสัมพันธ์เสริมอื่นๆ (Complementary relation) เมื่อของไหลสองชนิดที่ไม่ผสมกันอยู่ภายใต้สภาวะสมดุลในโครงสร้างวัสดุพูน แรงตึงผิวจะทำให้เกิดความไม่ต่อเนื่องกันของความดันในระหว่างของไหลทั้งสองสถานะนี้เหมือนดังอธิบายในหัวข้อที่ผ่านมา ซึ่งเราเรียกว่าความดันน้ำว่า ความดันแคปิลารี

p_c โดยความดันแคปิลารีนี้จะสัมพันธ์กันกับความชื้นหรือความอืดตัวของน้ำและอุณหภูมิดังแสดงได้เป็นสมการดังนี้

$$p_c(x_i, T) = p(x_i, T) - p_i(x_i, T) \quad (10)$$

เหมือนเช่นค่าซึมผ่านสัมพัทธ์ ค่าความดันแคปิลารีนี้จะขึ้นอยู่กับลักษณะสถานะของกระบวนการเป็นสำคัญ ในการวิเคราะห์กระบวนการรอบแท่ง เนื่องจากเราพิจารณาให้ระบบอยู่ภายใต้การสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์ซึ่งพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการสามารถแสดงได้ดังนี้ ความดันย่อยของไอน้ำจะเกี่ยวข้องกับความดันแคปิลารี ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการโดยสมการความสัมพันธ์ของ Kelvin (Kelvin's relation)

$$p_v(x_i, T) = p_{vs}(T) \exp\left(-\frac{p_c}{\rho_i R_i T}\right) \quad (11)$$

- ค่าเอนทาลปีในสภาพสมดุลสามารถแสดงอยู่ในรูปสมการ Clausius-Clapeyron

$$\Delta h_v = -R_v \frac{d(\log(p_v / p_{vs}))}{d(1/T)} \quad (12)$$

$$\text{เมื่อ } R_v = \frac{R}{M_v}$$

สำหรับคุณสมบัติทางกายภาพอื่นๆที่เกี่ยวข้องในกระบวนการวิเคราะห์ สามารถแสดงในรูปความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์อื่นๆ ดังนี้

$$\mu_i(T); \mu_g(T); C_{pi}(T); \Delta h_v(T, x_i) \quad (13)$$

เมื่อทำการโยงความสัมพันธ์ระหว่างสมการสมดุลหลัก (1) และ (3) กับสมการย่อยที่เกี่ยวข้อง (4)-(13) เราก็จะได้สมการอนุพันธ์ย่อยที่ไม่เชิงเส้นรวมทั้งสิ้น 3 สมการ โดยในที่นี้จะเลือกใช้ให้อุณหภูมิ, T ความชื้นหรืออัตราความอืดตัว s และความดันรวม p_g ถือว่าเป็นตัวแปรอิสระของระบบที่พิจารณา ดังแสดงในสมการเต็มรูปแบบดังนี้

สมการส่งถ่ายมวลความชื้น (Moisture mass transport equation)

$$\frac{\partial x_l}{\partial t} + \alpha \frac{\partial x_l}{\partial t} + \beta \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (D_x \cdot \nabla x_l + D_T \cdot \nabla T + D_p \cdot \nabla p + D_g \cdot \nabla z) \quad (14)$$

(a)
(b)
(c)
(d)
(e)

สมการส่งถ่ายพลังงาน (Thermal energy transport equation)

$$(\rho C)^* \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) + \rho_l C_{pl} (D_{xl} \cdot \nabla x_l + D_{Tl} \cdot \nabla T + D_{pl} \cdot \nabla p + D_g \cdot \nabla z) \nabla T +$$

$$\rho_g C_{pg} (D_{pg} \cdot \nabla p) \nabla T + \rho_l \Delta h_v \left(\nabla \cdot (D_{xv} \cdot \nabla x_l + D_{Tv} \cdot \nabla T + D_{pv} \cdot \nabla p) - \alpha \frac{\partial x_l}{\partial t} - \beta \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (15)$$

(g)
(h)

สมการความดันรวม (Total pressure equation)

$$\gamma \frac{\partial p}{\partial t} - \delta \frac{\partial x_l}{\partial t} - \eta \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (D_{xv} \cdot \nabla x_l + D_{Tv} \cdot \nabla T + D_{pa} \cdot \nabla p) \quad (16)$$

ในสมการส่งถ่ายมวลความชื้นเทอม (a) แสดงถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงเชิงเวลาของมวลความชื้นที่ภายใต้สภาวะการอบแห้ง เทอม (b) และ (c) แสดงถึงความหนาแน่นของฟลักซ์เชิงมวลรวม (total mass flux density) เนื่องจากเกรเดียนของความดันแคปิลารี และเกรเดียนของความดันย่อยของไอน้ำ เทอม (d) และ (e) แสดงถึงความหนาแน่นของฟลักซ์เชิงมวลรวมเนื่องจากเกรเดียนของความดันรวมในของไหลสถานะก๊าซ และเนื่องจากอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง พิจารณาเทอม (f) และ (g) ในสมการส่งถ่ายพลังงานซึ่งก็คือเทอมของการถ่ายเทความร้อนโดยการพาของของไหลในสถานะของเหลวและก๊าซตามลำดับ ในขณะที่เทอม (h) แสดงถึงแหล่งรับพลังงานที่เกิดขึ้นเนื่องจากกระบวนการระเหยตัว สำหรับการเปลี่ยนแปลงของความดันรวมเทียบกับเวลานั้นจะขึ้นอยู่กับเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิเทียบกับเวลา การเปลี่ยนแปลงของสถานะเทียบกับเวลา และความหนาแน่นของฟลักซ์เชิงมวล

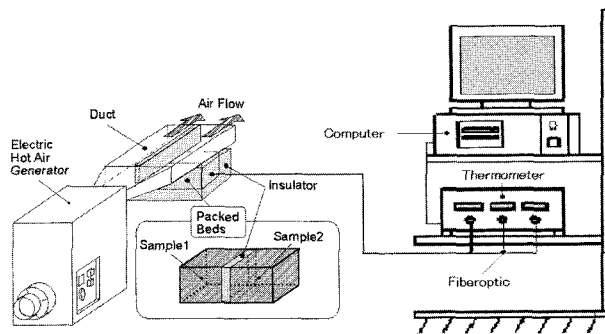
ในสมการ(14)(15) และ(16) ในที่นี้: $D_x = D_{xl} + D_{xv}$; $D_T = D_{Tl} + D_{Tv}$; $D_p = D_{pl} + D_{pv}$; D_{pa}, D_{pg} และ D_g ก็คือสัมประสิทธิ์การกระจายเชิงมวลที่สภาวะอุณหภูมิคงที่ (isothermal mass diffusivity coefficient) สัมประสิทธิ์การเคลื่อนตัวของอุณหภูมิ (thermomigration coefficient) และสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายตัวเชิงมวล (mass diffusivity coefficient) เนื่องจากเกรเดียนของความดันรวมและแรงโน้มถ่วง ตามลำดับ ค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้รวมทั้ง α , β , γ , δ และ λ จะเป็นฟังก์ชันของ K_l , K_g , p_c , D , ϕ และคุณสมบัติเชิงอุณหภูมิของของไหลสถานะต่างๆ เช่น μ_l , μ_g , ρ_l และ ρ_g เป็นต้น และค่าเหล่านี้ยังขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ x_l , T และ p อย่างไรก็ตามค่าเหล่านี้จะต้องหามาให้ได้ก่อนหากเป็นการวิเคราะห์โดยอาศัยระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลข สำหรับรายละเอียดของค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่ปรากฏอยู่ในสมการ

(14)-(16) ก็ได้แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวกของบทความวิจัยฉบับนี้

รูปที่ [2] แสดงถึงไดอะแกรมของระบบการทดลองกระบวนการอบแห้งวัสดุพูนในห้องปฏิบัติการจริง ในที่นี้แหล่งพลังงานที่จะต้องป้อนเข้าไปให้กับวัสดุในกระบวนการ จะต้องอาศัยพลังงานความร้อนในรูปแบบการนำและการพาที่ได้จากการผ่านสารทำงานที่มีอุณหภูมิสูง เช่น ลมร้อน(หรือไอน้ำ) ไปบนผิวหน้าของวัสดุเพื่อมาช่วยในการระเหยความชื้นออกจากตัววัสดุ อย่างไรก็ตามการที่จะทำให้กระบวนการมีประสิทธิภาพมากขึ้น อย่างไรก็ดีการที่ขึ้นอยู่กับการควบคุมพารามิเตอร์ที่สำคัญที่มีส่วนในการ

ควบคุมกระบวนการ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้ที่เกี่ยวข้องด้วย

ในการทำนายอัตราการแห้งตัวและหรือการกระจายตัวของความชื้นภายในวัสดุ การคำนวณที่พร้อมกันของระบบสมการทั้งหมดที่ควบคุมปรากฏการณ์การอบแห้งจะต้องกระทำโดยอาศัยระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลข (numerical calculation) อย่างไรก็ตามการให้ข้อสมมุติฐานเพิ่มเติมในระบบที่จะทำการวิเคราะห์ ย่อมทำให้การคำนวณมีความสะดวกยิ่งขึ้น โดยทั้งนี้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ จากการคำนวณจะต้องอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ด้วย



รูปที่ 2 ไดอะแกรมของระบบการทดลองกระบวนการอบแห้งวัสดุพูน (Ratanadecho et al. [4])

4. กรณีศึกษากระบวนการอบแห้งในวัสดุพูนแบบแคปิลลารี

เมื่อเราทำการพิจารณาถึงโครงสร้างวัสดุพูนที่ไม่มีมัดตัว ซึ่งในที่นี้ถือว่าอนุภาคของแข็ง (solid matrices) ไม่มีการดูดซึมน้ำหรือความชื้น หรือเราอาจจะเรียกวัสดุพูนชนิดนี้ว่า วัสดุพูนแบบไม่ชื้นมาก (nonhygroscopic porous media) หรือวัสดุพูนแบบแคปิลลารี (capillary porous media) ดังที่ได้เคยอธิบายไว้ในบทความที่ผ่านมา (ผดุงศักดิ์ [1]) วัสดุพูนแบบไม่ชื้นมากหรือวัสดุพูนแบบ

แคปิลลารีนี้ ของเหลวจะเคลื่อนตัวไปตามช่องว่างที่เกิดขึ้นจากส่วนประกอบของผิวอนุภาคของแข็งเท่านั้นโดยไม่มีการเคลื่อนตัวของความชื้นภายในอนุภาคของแข็ง ดังนั้นในการวิเคราะห์กรณีนี้จะไม่คำนึงถึงแรงยึดเหนี่ยวระหว่างความชื้นกับโครงสร้างของอนุภาคของแข็งภายใต้พันธะทางเคมีและฟิสิกส์ (ในกรณีที่มีการเคลื่อนตัวของความชื้นภายในอนุภาคของแข็ง

เราจะเรียกวัสดุพูนชนิดนี้ว่า วัสดุพูนแบบชื้นมาก (hygroscopic porous media))

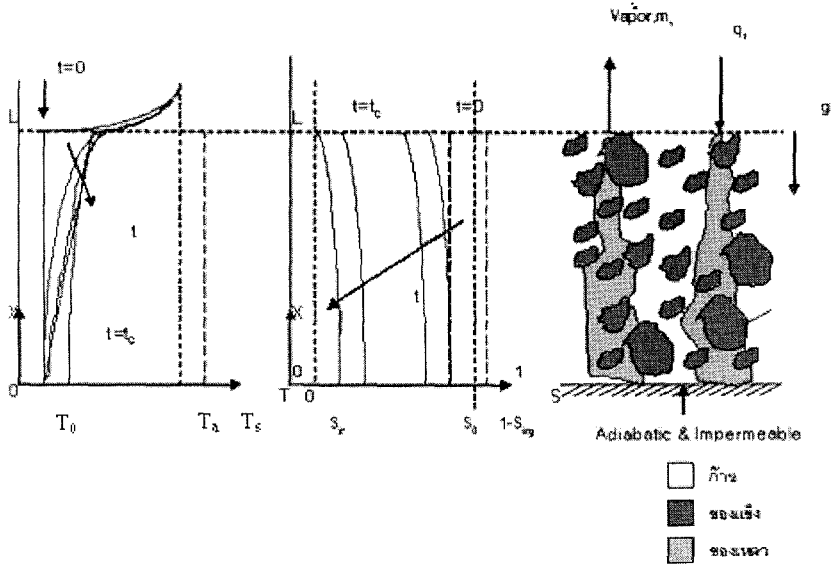
เมื่อผิวของวัสดุตัวอย่างด้านใดด้านหนึ่งสัมผัสกับอากาศร้อนที่ป้อนเข้ามา โดยในที่นี้ถือว่าอุณหภูมิตำแหน่งต่างๆ ภายในวัสดุตัวอย่างต้องไม่เกินอุณหภูมิจุดเดือด ($T(x) < T_s(P_g)$) เป็นผลทำให้ของเหลวภายในวัสดุจะเคลื่อนตัวออกจากวัสดุตัวอย่าง ปกติการถ่ายเทมวลสารในวัสดุพูนในกระบวนการอบแห้งปกติจะแบ่งออกเป็นสองรูปแบบ ในรูปแบบแรก ของไหลในสถานะของเหลวและไอจะอยู่ภายใต้สภาวะสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์ (สภาวะสมดุลนี้จะอยู่ภายใต้อิทธิพลของเส้นขอบโค้งของอนุภาคของแข็ง) ภายในวัสดุพูน รูปแบบดังกล่าวนี้เราเรียกว่า funicular regime ทั้งนี้เพราะของไหลภายในวัสดุพูนมีลักษณะการไหลเป็นสองสถานะ (two-phase flow) เมื่อวิเคราะห์ในเชิงจุลภาคพบว่าของไหลทั้งสองสถานะจะเคลื่อนตัวพร้อมกันผ่านช่องทางการไหลที่มีลักษณะเป็นรูพูน โดยก๊าซ

เคลื่อนตัวอยู่ในแกนกลาง และของเหลวจะเคลื่อนตัวรอบนอกของก๊าซเป็นลักษณะวงแหวน สำหรับส่วนประกอบของผนังของอนุภาคของแข็งจะทำหน้าที่เป็นช่องทางการเคลื่อนตัวของของไหล (ซึ่งไม่จำเป็นจะต้องมีพื้นที่หน้าตัดคงที่) ซึ่งอยู่รอบนอกจากการทดลองและสังเกตรูปแบบการเคลื่อนตัวของของไหลพบว่า ก๊าซและของเหลวจะเคลื่อนตัวในลักษณะเป็นเน็ตเวิร์กของช่องทางการไหล (network of channel) ของเหลวที่เคลื่อนตัวจะอยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงเค้นของความดันแคปิลลารีและแรงโน้มถ่วงของโลกซึ่งอาจจะเสริมหรือหน่วงการเคลื่อนตัวของของไหล นอกจากนี้การเกิดเกรเดียนของอุณหภูมิภายในวัสดุและการเกิดเกรเดียนของแรงตึงผิว (surface tension) จะทำให้ของเหลวเคลื่อนตัวออกจากพื้นผิวที่ได้รับความร้อน (ในทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนตัวที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของความดันแคปิลลารี) จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แคปิลลารีและเทอร์โม-แคปิลลารี ถือว่าเป็นแรงที่สำคัญต่อการเคลื่อนตัวของของเหลวภายในวัสดุพอร์น กระบวนการอบแห้งในคาบเวลานี้บางทีเรียกว่าคาบเวลาอัตราการอบแห้งคงที่ (constant rate period) เหมือนที่เคยได้อธิบายไว้ในเอกสารวิจัยฉบับก่อน [1]

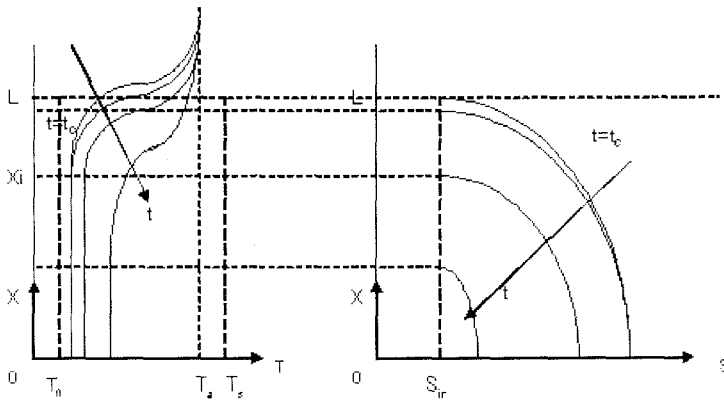
พบว่าเมื่อของเหลวภายในวัสดุพอร์นเคลื่อนตัวออกจากวัสดุมากขึ้นเมื่อกระบวนการอบแห้งดำเนินไปเรื่อยๆ ทำให้ดีกรีความอิ่มตัวของน้ำหรือความชื้นตลอดช่วงวัสดุลดลงเมื่อความอิ่มตัวที่ตำแหน่งผิวเปิด (surface saturation) ที่สัมผัสกับแหล่งให้ความร้อนที่ลดลงอย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เป็นเพราะของเหลวเคลื่อนตัวจากตำแหน่งที่มีดีกรีความอิ่มตัวสูงตรงไปยังตำแหน่งที่มีดีกรีความอิ่มตัวต่ำๆ (ที่ผิว) ภายใต้อิทธิพลของเกรเดียนของดีกรีความอิ่มตัว และเช่นกันความต้านทานการเคลื่อนตัวของของ

เหลวจะเพิ่มขึ้นเมื่อดีกรีความอิ่มตัวลดลงทำให้ความต้องการการเค้นของดีกรีความอิ่มตัวต้องเพิ่มมากขึ้น จุดสุดท้ายของ funicular regime จะสังเกตได้จากค่าความอิ่มตัวที่ผิวลดลงจนถึงค่าความอิ่มตัวต่ำสุดที่ยอมให้ได้ s_c (irreducible saturation) หรืออาจจะเรียกว่าค่าความชื้นวิกฤติ (critical moisture content) ช่วงคาบเวลาดังกล่าวนี้ ของเหลวที่เคลื่อนตัวไปยังผิวหน้าภายใต้อิทธิพลของความดันแคปิลลารีมีไม่เพียงพอที่จะไปเติมเต็มแทนที่ของเหลวที่เพิ่งระเหยออกไป ทำให้ฟิล์มของของเหลวบางๆที่เกิดขึ้นที่ผิวหน้าเกิดการแยกตัวในบางจุด ช่วงเวลาที่เกิดเหตุการณ์ดังกล่าวเราเรียกว่า ช่วงเวลาวิกฤติ (critical time), t_c ที่คาบเวลานี้ หลังจาก t_c ขึ้นของความแห้งจะเริ่มก่อตัวขึ้นที่ผิวหน้าที่รับความร้อนพร้อมกับอัตราการแห้งจะลดลง หลังคาบเวลาที่ขึ้นความแห้งเกิดขึ้น ขอบเขตรอยต่อที่เคลื่อนที่ (moving interface) จะเริ่มเกิดขึ้นโดยที่ผิวหน้าของวัสดุจะแห้งตัวอย่างสมบูรณ์ และอุณหภูมิที่ตำแหน่งนี้จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และความร้อนจะถูกส่งผ่านเข้าไปในเนื้อวัสดุซึ่งเป็นผลทำให้ขอบเขตรอยต่อเคลื่อนที่จะเคลื่อนที่ลึกลงไปในชั้นวัสดุ การถ่ายเทมวลสารในรูปแบบนี้เรียกว่า evaporation front regime หรือ pendular stage และกระบวนการอบแห้งในคาบเวลานี้บางทีเรียกว่าคาบเวลาอัตราการอบแห้งที่ลดลง (falling rate period) เหมือนที่เคยได้อธิบายไว้ในเอกสารวิจัยฉบับก่อนเช่นกัน [1]

สำหรับรูปที่ 3 แสดงถึงไดอะแกรมกระบวนการอบแห้งทั้งหมดโดยแสดงในรูปจลนศาสตร์ของดีกรีความอิ่มตัวและอุณหภูมิในระหว่างกระบวนการอบแห้งวัสดุพอร์น



Funicular regime

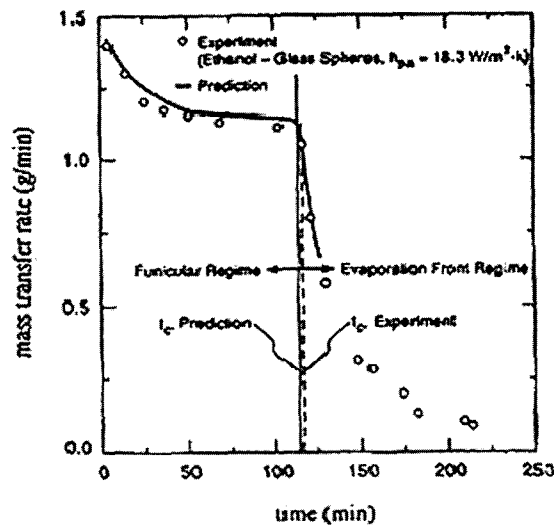


(b) Evaporation front regime

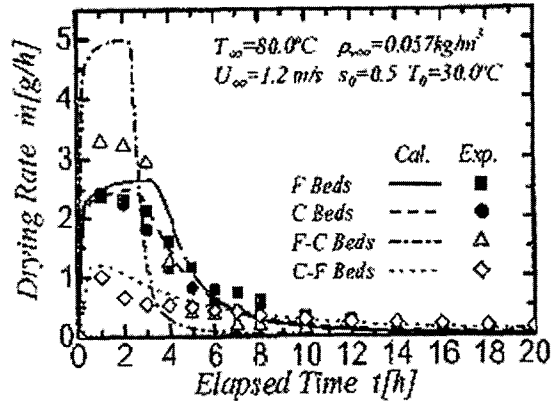
รูปที่ 3 ไดอะแกรมของกระบวนการอบแห้งวัสดุพูนแบบแคปิลลารี

ตัวอย่างงานวิจัยอื่นๆ ที่เคยได้ตีพิมพ์ในช่วงที่ผ่านมาซึ่งมีการเปรียบเทียบกันระหว่างการทดลองกับผลการคำนวณเชิงทฤษฎี ซึ่งงานวิจัยที่กล่าวมานี้ก็อาศัยหลักการวิเคราะห์เหมือนดังได้แสดงไว้ในบทความวิจัย [1] และบทความฉบับนี้ ทั้งนี้เพื่อทำให้ผู้อ่านได้เห็นถึงภาพรวมของงานวิจัยในศาสตร์การถ่ายเทความร้อนและมวลสารในกระบวนการอบแห้งวัสดุพูนในระดับพื้นฐาน

รูปที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการถ่ายเทมวลสารเทียบกับคาบเวลาที่ผ่านมาไป จากผลที่ได้เห็นได้ชัดเจนว่ารูปแบบของกระบวนการสามารถแบ่งออกเป็นสองรูปแบบเหมือนดังได้อธิบายไว้ในข้างต้น พบว่าในคาบเวลาที่เกิด evaporation front regime อัตราการถ่ายเทมวลสารจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเทียบกับคาบเวลาที่เกิด funicular regime ซึ่งเหตุผลของการเกิดปรากฏการณ์ดังกล่าวนี้ได้อธิบายไว้ในข้างต้นแล้วเช่นกัน



รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการถ่ายเทมวลสารเทียบกับคาบเวลาที่เปลี่ยนไป



รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการถ่ายเทมวลสารเทียบกับคาบเวลาที่เปลี่ยนไป ที่สภาวะต่างๆขณะ
ขณะมีการอบแห้งเพคเบตวัสดุพูนที่มีหลายชั้น (Ratanadecho [4])

รูปที่ 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการถ่ายเทมวลสารเทียบกับคาบเวลาที่เปลี่ยนไปขณะมีการอบแห้งเพคเบตวัสดุพูนที่มีหลายชั้นโดยคำนึงถึงผลของขนาดอนุภาคของแข็ง ลักษณะการเรียงตัวของโครงสร้างชั้นเพคเบต ที่มีอิทธิพลต่อจลนศาสตร์ของกระบวนการอบแห้ง เช่นอัตราการถ่ายเทมวลสาร พบว่าเพคเบต

ที่มีส่วนประกอบของอนุภาคของแข็งขนาดเล็กมีผลทำให้อัตราการถ่ายเทมวลสารเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับอนุภาคของแข็งที่มีขนาดใหญ่ที่คาบเวลาเดียวกัน ทั้งนี้เพราะอนุภาคของแข็งขนาดเล็กย่อมมีอิทธิพลของความดันแคปิลลารีมาก ในขณะเดียวกัน

ลักษณะการเรียงตัวของโครงสร้างชั้นเพคแตร์ก็มีอิทธิพลต่ออัตราการถ่ายเทมวลสารเช่นกัน

จากผลที่ได้จากการศึกษาทั้งสองตัวอย่างงานวิจัยข้างบนนี้ พบว่าค่าที่ได้จากการทำนายจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับค่าที่ได้จากการทดลองจริง ซึ่งเป็นการยืนยันได้ว่า หากมีการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพสูง ย่อมก่อให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ๆ ในกระบวนการที่จะศึกษา นอกเหนือผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองเพียงอย่างเดียว

5. สรุป

เพื่อที่จะพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์พื้นฐานของกระบวนการอบแห้งให้สำเร็จและสอดคล้องกับปัญหานี้ๆ ขึ้นตอนต่อไปนี้เป็นสิ่งที่พึงกระทำ

5.1 ความต้านทานในแต่ละกรณีจะต้องทำการพิจารณา (พลังงาน&มวล , ภายใน & ภายนอก) ความต้านทานภายนอกจะทำหน้าที่ควบคุมกระบวนการอบแห้งโดยที่ไม่ต้องพึ่งพาการพาความร้อนแบบบังคับ กรณีที่มีการอบแห้งวัสดุที่มีความชื้นสูงจะต้องควบคุมอัตราการพลังงานที่ป้อนให้ (constant rate drying) อย่างไรก็ตามกระบวนการอบแห้งซึ่งควบคุมโดยความต้านทานภายใน ค่า (falling rate period) porosity จะมีอิทธิพลสำคัญต่อความต้านทานเชิงพลังงานและการถ่ายเทมวล วัสดุที่มีค่า porosity ต่ำๆ (dense solid) จะมีค่าอัตราการถ่ายเทมวลต่ำ ในขณะที่อัตราการถ่ายเทพลังงานจะมีค่าสูง ตรงกันข้ามวัสดุที่มีค่า porosity สูงๆจะมีค่าอัตราการถ่ายเทมวลสูงแต่อัตราการถ่ายเทพลังงานต่ำ

5.2 หากความต้านทานของการถ่ายเทมวลสารภายในควบคุมกระบวนการอบแห้ง กลไกภายในของการเคลื่อนตัวของความชื้นจะต้องพิจารณา (การแพร่กระจาย (diffusion) แรงดันแคปิลลารี (capillary force) การไหลทั้งก้อน (bulk flow))

ในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับกระบวนการอบแห้งในวัสดุพูนนั้นเราจำเป็นต้องทราบกลไกที่สำคัญทั้งหมดที่เกิดขึ้นในกระบวนการ สำหรับในวัสดุพูนแบบแคปิลลารีนั้น ปกติอิทธิพลของความดันแคปิลลารีที่มีต่อการเคลื่อนตัวของเหลวจะมีมากเมื่อวัสดุมีความชื้นสูง ในขณะที่การแพร่กระจายของไอ (vapor diffusion) หรือการเดินของความดันไอจะมีอิทธิพลสูงที่วัสดุมีความชื้นต่ำๆหรือปานกลาง สิ่ง

ที่สำคัญก็คือการแพร่กระจายของไอจะเพิ่มขึ้นหากค่า porosity อัตราการไหลทั้งก้อนของความชื้นมีค่ามากกว่าอัตราการแพร่กระจายหลายเท่า ถ้าหากอุณหภูมิการอบแห้งสูงกว่าอุณหภูมิจุดเดือดของน้ำ (ที่ $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ที่ความดันบรรยากาศ หรือ น้อยกว่า $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ สำหรับความดันสุญญากาศ) และเช่นกัน porosity ก็มีอิทธิพลต่อการเคลื่อนตัวของมวลความชื้น พูดได้ว่าการเคลื่อนตัวของมวลสารโดยรวมในระหว่างกระบวนการอบแห้งจะอยู่ภายใต้อิทธิพลของกลไกใดกลไกหนึ่งดังที่กล่าวมาข้างต้น หรืออาจจะรวมกลไกทั้งสองเข้าด้วยกัน

5.3 พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานของสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างวัสดุพูนและเหตุผลทางเทอร์โมไดนามิกส์ ในอุดมคติ แบบจำลองนี้ควรจะต้องคำนึงถึงข้อจำกัดในทางปฏิบัติ ซึ่งอาจแสดงไว้ในสมมติฐานที่กำหนดขึ้น (เช่น การคำนึงผลของการหดตัวหรือขยายตัวของวัสดุ (shrinkage) หรือ ผลของการถ่ายเทพลังงานและมวลสาร เป็นต้น)

แม้ว่าที่ผ่านมาจะมีนักวิจัยหลายท่านได้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ ถึงแม้ว่าแบบจำลองดังกล่าวจะไม่เหมือนกันทีเดียวทั้งหมด แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นจะมักจะประกอบไปด้วยสมการหลักๆดังนี้ สมการอนุรักษ์พลังงาน สมการสมดุลมวลสารสำหรับของไหลสถานะของเหลวและก๊าซ และสมการโมเมนต์สำหรับของไหลสถานะของเหลวและก๊าซ สมการทางคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้นจากการพัฒนาครั้งนี้จะเป็นจุดเริ่มต้นที่ดีสำหรับการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์รูปแบบใหม่สำหรับปัญหาการอบแห้งที่มีความซับซ้อนมากกว่าเดิม

5.4 คุณสมบัติต่างๆของวัสดุ ซึ่งเป็นค่าที่จำเป็นต้องใช้ในรูปแบบจำลองจะต้องหาให้ได้ก่อน (เช่น คุณสมบัติเชิงความร้อน , สัมประสิทธิ์การถ่ายเทมวล , คุณสมบัติเชิงโครงสร้างและคุณสมบัติเชิงอุณหภูมิจ) ปกติค่าคุณสมบัติเหล่านี้หาได้มาจากการทดลอง เช่น การวัดค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทมวลสารที่ผิววัสดุตัวอย่าง เป็นต้น

ปัจจุบันมีเทคนิคการวัดสมัยใหม่ เช่น เทคโนโลยี NMR (Nuclear Magnetic Resonance) ซึ่งใช้วัดค่าการกระจายตัวของความชื้นในวัสดุพูน สำหรับการวัดค่าสัมประสิทธิ์การซึม

ผ่าน (permeability) ซึ่งเกี่ยวข้องกับกลไกการไหลเชิงมวล การใช้เทคนิค Permeation ก็ถือว่าเหมาะสม

5.5 การหาค่าตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากความซับซ้อนของระบบสมการในการอบแห้ง ดังนั้นการหาค่าตอบจึงอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งมีหลายวิธีที่นิยมใช้กัน เช่น วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (FDM) และวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (FEM) เป็นต้น

5.6 ผลทำนายจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะต้องผ่านการตรวจสอบ วิธีหนึ่งซึ่งเป็นวิธีใหม่สำหรับตรวจสอบความแม่นยำ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในปัญหาการอบแห้ง คือวิธี NMR ในทำนองเดียวกัน การวัดค่าการกระจายตัวของความชื้นในวัสดุตัวอย่างในระหว่างกระบวนการอบแห้งที่แม่นยำ ก็จะเป็นส่วนเสริมทำให้แบบจำลองทางทฤษฎีมีความถูกต้องยิ่งขึ้น

6. ภาคผนวก

$$\begin{aligned}
 D_{xI} &= \frac{K_I g}{v_I} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_I} \right); \quad D_{TI} = \frac{K_I g}{v_I} \left(\frac{\partial \psi}{\partial T} \right) \frac{\rho_I}{\rho_0}; \quad D_g = \frac{K_I \rho_I g}{\rho_0 v_I} \\
 D_{xv} &= D^* \frac{\rho_g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_I} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right); \quad D_{Tv} = D^* \frac{\rho_g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right); \quad D_{pl} = \frac{1}{\rho_0} \frac{K_I}{v_I} \\
 D_{pv} &= \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{K_g}{v_g} \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) + D^* \frac{\rho_g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right); \quad D_p = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{K_g}{v_g} \frac{\rho_v}{\rho_g} + \frac{K_I}{v_I} \right) + D^* \frac{\rho_g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \\
 D_{pg} &= \frac{1}{\rho_0} \frac{K_g}{v_g}; \quad D_{pa} = \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \frac{K_g}{v_g} - D^* \frac{\rho_g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \\
 \alpha &= \frac{D_{xv} \left(\varepsilon - \frac{\rho_0}{\rho_I} x_I \right)}{D^* \frac{p}{p - p_v}} - \frac{\rho_v}{\rho_I} \\
 \beta &= \frac{\rho_0}{\rho_I} \left(\varepsilon - \frac{\rho_0}{\rho_I} x_I \right) \left(\frac{D_{Tv}}{D^* \frac{p}{p - p_{vs}}} - \frac{1}{T} \frac{\rho_v}{\rho_0} \right) \\
 \gamma &= \frac{M_a}{\rho_0 RT} \left(\varepsilon - \frac{\rho_0}{\rho_I} x_I \right); \quad \delta = \frac{M_a}{\rho_0 RT} \left(\varepsilon - \frac{\rho_0}{\rho_I} x_I \right) \left(\frac{\partial p_v}{\partial x_I} + \frac{\rho_0}{\rho_I \left(\varepsilon - \frac{\rho_0}{\rho_I} x_I \right)} (p - p_v) \right) \\
 \lambda &= \frac{M_a}{\rho_0 RT} \left(\varepsilon - \frac{\rho_0}{\rho_I} x_I \right) \left(\frac{\partial p_v}{\partial T} + \frac{p - p_v}{T} \right)
 \end{aligned}$$

สัญลักษณ์

C_p	specific heat [$\text{Jkg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
d	grain size [m]
D^*	diffusion coefficient of water vapor in air [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
D	isothermal mass diffusivity coefficient [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
D_T	thermodiffusion coefficient [$\text{m}^2 \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$]
D_g	gravity mass transport coefficient [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
D_p	pressure mass transport coefficient [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
E	radiant intensity [W]
g	gravity [m s^{-2}]
J	mass flux density [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]
K_i	effective permeability [m^2]
K_r	relative permeability [-]
g	gravity [ms^{-2}]
U	velocity [ms^{-1}]
M	molar mass [kgmol^{-1}]
p	pressure [N m^{-2}]
q	heat flux [W m^{-2}]
r	pore radius [m]
R	universal gas constant [$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$]
T	temperature [K]
x	moisture content [kg kg^{-1}]
x, y, z	coordinate [m]

Greek symbols

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda$	coefficients in the equations [-] or [K^{-1}]
δ	thermogradient [K^{-1}]
ε	porosity [-]
θ	volumetric moisture content [-]
ρ	density [kg m^{-3}]
μ	dynamic viscosity [Ns m^{-2}]
λ	apparent thermal conductivity [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
ϕ	heat flux density [W m^{-2}]
ϕ	relative humidity [-]

Subscripts

0	initial value
a	air

c	capillary
g	gas
l	liquid
v	vapor
vs	saturated vapor

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] การวิเคราะห์กระบวนการอบแห้งในวัสดุพูน (I) หลักการเบื้องต้นของการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในกระบวนการอบแห้งวัสดุพูน, วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ภาษาไทย) มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
- [2] Whitaker, S., "A Theory of Drying in Porous Media," Adv. Heat Transfer, 13, pp. 119-203, 1977.
- [3] Whitaker, S. and Chou, W.T.H., "Drying Granular Porous Media: Theory and Experiment," Drying Technology J., 1, pp. 3-33, 1983.
- [4] Ratanadecho, P., "Drying of Layered Packed Beds. The 6th ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference" Hawaii, U.S.A., 16-20 March 2003
- [5] Philip, J.R. and DeVries, D.E., "Moisture Movement in Porous Materials Under Temperature Gradient," Trans. Am. Geophys. Union., 38, pp. 222-237, 1957.
- [6] Luikov, A.V., "Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies," Pergamon Press, New York, 1966.
- [7] Sherwood, T.K., "The of Drying of solids," J. Ind. Engng Chem., 22, pp. 132-136, 1930.
- [8] Cealgske, N.H. and Hougen, O.A., "Drying of Granular solids," J. Ind. Engng Chem., 29, pp. 805-813, 1937.
- [9] Harmathy, T.Z., "Simultaneous Moisture and Heat Transfer in Porous Systems with Particular Reference to Drying," J. Ind. Engng Chem., 8, pp. 92-103, 1969.

- [10] Huang, C.L.D, "Multi-Phase Moisture in Porous Media Subjected to Temperature Gradient," Int. J. Heat and Mass Transfer, 22, pp.1295-1307, 1979.
- [11] Mikhailov, M.D, "Exact Solution of Temperature and Moisture Distributions in a Porous Half Space with Moving Evaporation Front," Int. J. Heat and Mass Transfer, 18, pp. 797, 1975.
- [12] Lewis, R.W., Strada, M. and Comini, G., "Drying Induced Stress in Porous Bodies," Int. J. Numer. Methods Eng., 11, pp. 1175, 1977.
- [13] Wei, C.K., Davis, H.T., Davis, E.A. and Gordon, J., "Heat and Mass Transfer in Water-Laden Sand Stone: Convective Heating," AIChE J., 31, pp. 842-848, 1985.
- [14] Plumb, O.B., Spolek, G.A. and Olmstead, B.A., "Heat and Mass transfer in wood During Drying," Int. J. Heat and Mass Transfer, 28, pp. 1669-1678, 1985.
- [15] Lewis, R.W. and Ferguson, W.J., "The Effect of Temperature and Total Gas Pressure on The Moisture Content in a Capillary Porous Body," Int. J. Numer. Methods Eng., 29, pp. 357-369, 1990.
- [16] Stanish, M.A., Schager, G.S. and Kayihan, F., "A Mathematical Model of Drying for Hygroscopic Porous media," AIChE J., 32, pp. 1301-1311, 1986.
- [17] Bories, S.A., "Fundamental of Drying of Capillary-Porous Bodies," in Kakac, S., Kilic, B., Kulacki, F. and Arinc, F. (Ed.), Convective Heat and Mass Transfer in Porous Media, NATO ASI series, Vol. 196, Kluwer Publishers, pp. 391-434, 1991.
- [18] Moyne, C. and Degiovanni, A., "Importance of the Gas Phase Momentum Equation in Drying Above the Boiling Point of Water," Proc. 4th Int. Drying Symp., Kyoto, pp. 119-125, 1984.
- [19] Ben Nasrallah, S. and Perre, P., "Detailed Study of a Model of Heat and Mass Transfer During Convective Drying of Porous Media," Int. J. Heat and Mass Transfer, 31, pp. 957-967, 1988.
- [20] Kaviany, M. and Mittal, M., "Funicular State in Drying of Porous Slab," Int. J. Heat and Mass Transfer, 30, pp. 1407-1418, 1987.
- [21] Rogers, J.A. and Kaviany, M., "Funicular and Evaporative-Front Regimes in Convective Drying of Granular Beds," Int. J. Heat and Mass Transfer, 35, pp.469-479, 1992.
- [22] Ilic, M. and Turner, W., "Convective Drying of a Consolidated Slab of Wet Porous Material," Int. J. Heat and Mass Transfer, 32, pp. 2351-2362, 1989.
- [23] Kaviany, M., "Principle of Heat transfer in Porous Media," Springer, New York, 1991.
- [24] Mujumdar, A.S. (Ed.), "Handbook of Industrial Drying," 2nd Edition, Marcel Dekker, New York, 1995.
- [25] Ratanadecho, P., Aoki, K. and Akahori, M., "Experimental and Numerical Study of Microwave Drying in Unsaturated Porous Material," Int. Commun. Heat Mass Transfer, Vol. 28 (5), pp. 605-616, 2001.
- [26] Ratanadecho, P., Aoki, K. and Akahori, M., "A Numerical and Experimental Investigation of the Modeling of Microwave Drying Using a Rectangular Wave Guide," Journal of Drying Technology, Vol. 19(9), pp. 2209- 234, 2001.
- [27] Ratanadecho, P., Aoki, K. and Akahori, M., "Influence of Irradiation Time, Particle Sizes and Initial Moisture Content During Microwave Drying of Multi-Layered Capillary Porous Materials," ASME J. Heat Transfer, Vol. 124 (1), pp. 151-161, 2002.