

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วง ของการแจกแจงปัวซอง เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและพารามิเตอร์มีค่าน้อย

A Comparison of Interval Estimation Methods for the Poisson Parameter when both Sample Sizes and Parameter are Small

วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล

ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต ปทุมธานี 12121

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงปัวซอง เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและพารามิเตอร์มีค่าน้อย ศึกษาวิธีการประมาณค่า 3 วิธี คือ วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง (Wald with continuity correction method) วิธีสกอร์ (Score method) และวิธีของฟรีแมนและตุกีร์ (Freeman and Tukey's method) โดยการเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น กำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25 และ 30 กำหนดค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 0.5, 0.8, 1.0, 1.2 และ 1.5 และประมาณค่าแบบช่วงที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% การวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล และทำการทดลองซ้ำๆ กัน 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น: วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง และวิธีสกอร์ เป็นวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกระดับค่าพารามิเตอร์ ส่วนวิธีของฟรีแมนและตุกีร์ ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 6 หน่วยขึ้นไปในทุกระดับค่าพารามิเตอร์ λ
2. ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น: วิธีของฟรีแมนและตุกีร์ ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

คำสำคัญ: การแจกแจงปัวซอง วิธีของวาล์ว วิธีสกอร์ วิธีของฟรีแมนและตุกีร์

Abstract

The objective of this research was to compare the interval estimation methods for the poisson parameter when both sample sizes and parameter are small. The methods were Wald with continuity correction method, Score method, and Freeman and Tukey's method. The approximate confidence coefficients and the average width of the confidence intervals were used for comparison criteria. The comparisons were done by using sample sizes (n) equal to 5, 10, 15, 20, 25 and 30 where as parameter λ are 0.5, 0.8, 1.0, 1.2 and 1.5 all of which were considered at 95% and 99% confidence levels. This

research used the Monte Carlo Simulation method. The experiment was repeated 1,000 times for each condition. Results of the research are as follows:

1. The approximate confidence coefficients: Wald with continuity correction method and Score method gave the approximate confidence coefficients not lower than given confidence coefficient for all conditions under study. Freeman and Tukey's method gave the approximate confidence coefficients not lower than given confidence coefficient when $n \geq 6$ for all studied parameters λ .

2. The average width of the confidence intervals: Freeman and Tukey's method gave the lowest average confidence interval width for all conditions under study.

Keywords : interval estimation methods , Poisson parameter , Wald with continuity correction method , Score method , Freeman and Tukey's method

1. คำนำ

โดยทั่วไปแล้วการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่สนใจต่อคาบเวลาใดคาบเวลาหนึ่ง หรือต่อพื้นที่ใดพื้นที่หนึ่ง เช่น จำนวนเครื่องบินที่มาลงที่ท่าอากาศยานกรุงเทพฯ ภายใน 1 ชั่วโมง จำนวนลูกค้าที่เข้ามาซื้อสินค้าในห้างสรรพสินค้าต่อชั่วโมง หรือจำนวนรอยตำหนิบนถ้วยเซรามิกต่อไป เป็นต้น โดยข้อมูลดังกล่าวมักสมมติให้มีการแจกแจงปัวซอง (Poisson distribution) ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ดังนี้ [1]

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} & , x=0,1,2,\dots \\ 0 & , x \text{ มีค่าอื่นๆ} \end{cases}$$

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ λ สามารถประมาณค่าได้ทั้งการประมาณค่าแบบจุด (Point estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval estimation) การประมาณค่าแบบช่วง เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าช่วงจะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ด้วยความเชื่อมั่นระดับหนึ่ง โดยช่วงที่ได้จะบอกถึงขอบเขตล่าง (Lower bound: L) และขอบเขตบน (Upper bound : U) ซึ่งสามารถเขียนรูปแบบได้ดังนี้ $L < \lambda < U$ เมื่อ λ แทนพารามิเตอร์ ผลจากการประมาณจะทำให้ผู้ศึกษาเชื่อมั่นได้ระดับหนึ่งว่าช่วงประมาณที่ได้ครอบคลุมพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษา

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงปัวซอง รูปแบบหนึ่งที่ยอมรับกันทั่วไป คือ [2]

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}$$

รูปแบบของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงข้างต้นเรียกว่า วิธีของวาล์ว (Wald's method) ซึ่งวิธีนี้ทำได้โดยใช้ทฤษฎีบทขีดจำกัดส่วนกลาง (Central limit theorem) กล่าวคือในการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นโดยใช้สูตรข้างต้น จะใช้ได้กับตัวอย่างขนาดใหญ่ ในการศึกษาเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงปัวซอง มีผู้ศึกษาไว้หลายท่าน อาทิ บาร์เกอร์ [3] เปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซอง 9 วิธี เมื่อจำนวนเหตุการณ์ที่คาดหวังมีค่าไม่เกิน 5 พบว่า วิธีแม่นยำตรง (Exact method) ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นใกล้เคียงกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมีค่ามากกว่าวิธีอื่นๆ นพพร นาถนิตธาดา [2] เปรียบเทียบวิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นของการแจกแจงปัวซอง 3 วิธี คือ วิธีการของวาล์ว วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง และวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต พบว่า วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ตให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความ

เชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและยังให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

จากที่กล่าวไว้ข้างต้น วิธีของวาล์วจะใช้ได้ดีกับตัวอย่างขนาดใหญ่ ซึ่งในทางปฏิบัติการรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่างบางครั้งไม่อาจหาข้อมูลจำนวนมากได้ เนื่องจากมีข้อจำกัดเกี่ยวกับเวลาและทรัพยากร ดังนั้น ในงานวิจัยครั้งนี้สนใจเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงปัวซอง เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและพารามิเตอร์มีค่าน้อย ศึกษาวิธีการประมาณค่า 3 วิธี คือ วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง วิธีสคอร์ และวิธีของฟรีแมนและตุเคียร์ โดยการเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมภายใต้สถานการณ์ต่างๆ

2. ขอบเขตการวิจัย

2.1 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ที่ศึกษา เท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25 และ 30

2.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ λ โดยศึกษาเฉพาะกรณีที่มี λ มีค่าน้อย เท่ากับ 0.5, 0.8, 1.0, 1.2 และ 1.5

2.3 กำหนดระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ เท่ากับ 95% และ 99%

2.4 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ทั้งหมดเขียนด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 2.3.1 ซึ่งทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

3. วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีวิธีดำเนินการวิจัยดังนี้

3.1 การจำลองข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซอง ข้อมูลที่ได้กำหนดให้เป็นตัวแปรสุ่ม X ซึ่งการกำหนดค่าพารามิเตอร์ขนาดตัวอย่าง และระดับความเชื่อมั่น เป็นไปตามขอบเขตของการวิจัย

3.2 การคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของพารามิเตอร์ด้วยวิธีการประมาณ 3 วิธี ดังนี้

3.2.1 วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง (Wald with continuity correction method) [3] ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ λ โดยมี

$$\text{ขอบเขตล่างของช่วง คือ } \bar{X} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{X} + 0.5}{n}}$$

$$\text{ขอบเขตบนของช่วง คือ } \bar{X} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{X} + 0.5}{n}}$$

3.2.2 วิธีสคอร์ (Score method) [3] ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ λ โดยมี

ขอบเขตล่างของช่วง คือ

$$\bar{X} + \frac{(Z_{\alpha/2})^2}{2n} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{4\bar{X} + \frac{(Z_{\alpha/2})^2}{n}}{4n}}$$

ขอบเขตบนของช่วง คือ

$$\bar{X} + \frac{(Z_{\alpha/2})^2}{2n} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{4\bar{X} + \frac{(Z_{\alpha/2})^2}{n}}{4n}}$$

3.2.3 วิธีของฟรีแมนและตุเคียร์ (Freeman and Tukey's method) [4] ช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ λ โดยมี

$$\text{ขอบเขตล่างของช่วง คือ } \left(\frac{v^2 - 1}{2v} \right)^2 \text{ เมื่อ } v \geq 1$$

$$\text{หรือ } 0 \text{ เมื่อ } v < 1$$

$$\text{โดยที่ } v = \sqrt{\bar{X}} + \sqrt{\bar{X} + 1} - \frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}$$

$$\text{ขอบเขตบนของช่วง คือ } \left(\frac{w^2 - 1}{2w} \right)^2$$

$$\text{โดยที่ } w = \sqrt{\bar{X}} + \sqrt{\bar{X} + 1} + \frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}$$

3.3 การคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าเฉลี่ยของความยาวช่วง

นำช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้มาพิจารณาว่า ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ λ หรือไม่ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นใด ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ λ จะทำการนับจำนวนครั้งและ บวกสะสมค่าไว้ เมื่อทำครบทุกช่วงแล้ว ก็จะนำค่าสะสมที่ ได้ของช่วงที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ λ มาหารด้วย จำนวนรอบ ซึ่งจะเรียกค่าที่ได้ว่า ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$1-\alpha = \frac{\left[\begin{array}{c} \text{จำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่น} \\ \text{ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ } \lambda \end{array} \right]}{1,000}$$

การประมาณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วง หาได้ โดยการหาผลต่างระหว่างขอบเขตบนและขอบเขตล่างของ ช่วงความเชื่อมั่น แล้วทำการบวกสะสมค่าไว้ ซึ่งในแต่ละ สถานการณ์จะคำนวณช่วงความเชื่อมั่นซ้ำกัน 1,000 ครั้ง หลังจากนั้นนำผลบวกสะสมที่ได้หารด้วย 1,000 ค่าที่ได้ คือ ค่าประมาณของความกว้างเฉลี่ยของช่วง ที่คำนวณได้ จากแต่ละวิธี

ค่าประมาณของความกว้างเฉลี่ยของช่วง เท่ากับ

$$\frac{\sum_{j=1}^{1,000} (U_j - L_j)}{1,000}$$

เมื่อ U_j , L_j แทน ขอบเขตบนและล่างของช่วงความเชื่อมั่น ในการทำซ้ำครั้งที่ j

3.4 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ทำการเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ ว่ามีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ ความเชื่อมั่นที่กำหนด $(1-\alpha_0)$ อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ สามารถเขียนสมมติฐานในการทดสอบได้ดังนี้

$$H_0: P \geq P_0$$

$$H_1: P < P_0$$

จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ

$$\frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}} < -Z_{\alpha^*}$$

$$\text{นั่นคือ } \hat{P} < P_0 - Z_{\alpha^*} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}$$

ดังนั้น วิธีการประมาณที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความ เชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด คือ วิธีการประมาณที่ให้ค่า

$$\hat{P} \geq P_0 - Z_{\alpha^*} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{M}}$$

เมื่อ

P คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น หรือ $P = 1-\alpha$

P_0 คือ สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด หรือเท่ากับ $1-\alpha_0$

$\hat{P}$ คือ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการ ทดลอง หรือเท่ากับ $1-\hat{\alpha}$

M คือ จำนวนรอบของการทดลอง ในที่นี้เท่ากับ 1,000 รอบ

α^* คือ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ในที่นี้กำหนด เท่ากับ 0.05

ดังนั้น เกณฑ์การตัดสินใจ คือ

เมื่อ $P_0 = 0.95$ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อค่า $\hat{P} \geq 0.9387$

เมื่อ $P_0 = 0.99$ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อค่า $\hat{P} \geq 0.9848$

ถ้าในแต่ละสถานการณ์มีวิธีการประมาณที่ให้ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่า สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหลายวิธี จะนำค่าความ กว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นมาพิจารณาด้วย โดยวิธีการ ประมาณใดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงน้อยที่สุดจะถือ ว่าวิธีการประมาณนั้นให้ช่วงความเชื่อมั่นที่เหมาะสมที่สุด สำหรับสถานการณ์นั้น

3.5 สรุปผล

เมื่อทำการเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแล้ว จะทำการสรุปผลการทดลองว่าวิธีการประมาณใดเหมาะสมกับการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงปัวซองในแต่ละสถานการณ์

4. ผลการวิจัย

ผลการวิจัยจะนำเสนอเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณค่า และส่วนที่ 2 การเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ในการนำเสนอผลการวิจัยเพื่อความสะดวกจะใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

WC หมายถึง วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง

S หมายถึง วิธีสคอว์

FT หมายถึง วิธีของฟรีแมนและดูเกียร์

4.1 การเปรียบเทียบค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณค่า

ผลการวิจัยจะนำเสนอโดยจำแนกตามระดับความเชื่อมั่น ดังนี้

ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง และวิธีสคอว์ ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกระดับค่าพารามิเตอร์

วิธีของฟรีแมนและดูเกียร์ ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในเกือบทุกกรณีที่ศึกษา ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 0.5

ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% แสดงในตารางที่ 1

ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง วิธีสคอว์ และวิธีของฟรีแมนและดูเกียร์ ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกระดับค่าพารามิเตอร์

ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% แสดงในตารางที่ 2

4.2 การเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

วิธีของฟรีแมนและดูเกียร์ ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา รองลงมาคือ วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง และวิธีสคอว์ ตามลำดับ

ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสูงสุดของค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น แสดงในตารางที่ 3

จากตารางที่ 3 จะเห็นว่า ค่าเฉลี่ยของค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จะแปรผันโดยตรงกับระดับความเชื่อมั่น และแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ตารางที่ 1 ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ λ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

ค่าพารามิเตอร์ λ	วิธีประมาณ ค่า	ขนาดตัวอย่าง					
		5	10	15	20	25	30
0.5	WC	0.999	0.995	0.992	0.996	0.995	0.997
	S	0.998	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
	FT	0.922*	0.988	0.988	0.979	0.993	0.994
0.8	WC	0.971	0.986	0.967	0.980	0.982	0.985
	S	0.990	0.993	0.992	0.995	0.995	0.995
	FT	0.962	0.983	0.980	0.974	0.981	0.975
1.0	WC	0.961	0.960	0.977	0.975	0.984	0.982
	S	0.989	0.990	0.995	0.993	0.995	0.992
	FT	0.994	0.979	0.972	0.981	0.980	0.978
1.2	WC	0.983	0.987	0.989	0.969	0.983	0.987
	S	0.993	0.992	0.993	0.988	0.990	0.994
	FT	0.979	0.982	0.982	0.980	0.979	0.978
1.5	WC	0.972	0.986	0.968	0.979	0.973	0.974
	S	0.992	0.992	0.989	0.983	0.986	0.988
	FT	0.968	0.981	0.958	0.980	0.978	0.966

* หมายถึง วิธีการประมาณค่าอื่นให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ตารางที่ 2 ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ λ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

ค่าพารามิเตอร์ λ	วิธีประมาณ ค่า	ขนาดตัวอย่าง					
		5	10	15	20	25	30
0.5	WC	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.999
	S	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	FT	1.000	0.996	0.999	0.999	0.999	0.998
0.8	WC	1.000	0.995	0.999	0.998	0.998	0.999
	S	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	FT	0.987	0.995	0.997	0.998	0.998	0.996
1.0	WC	0.990	1.000	0.996	1.000	0.997	0.999
	S	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
	FT	0.990	0.999	0.996	1.000	0.998	0.998
1.2	WC	0.977	0.992	0.998	0.997	0.999	0.997
	S	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999
	FT	0.989	0.995	0.997	0.995	0.997	0.997
1.5	WC	0.979	0.991	0.993	0.997	0.998	0.995
	S	0.999	1.000	0.999	0.998	0.999	1.000
	FT	0.994	0.995	0.992	0.995	0.998	0.997

5. ตัวอย่างการประยุกต์ใช้

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงปัวซอง สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ดังนี้

ในการศึกษาเกี่ยวกับจำนวนสัตว์ป่าชนิดหนึ่ง ซึ่งเป็นสัตว์ใกล้สูญพันธุ์ต่อตารางเมตร ผู้วิจัยได้แบ่งพื้นที่ที่ศึกษาเป็น 30 ตารางเมตร จากนั้นจดบันทึกจำนวนสัตว์ป่าที่ใกล้สูญพันธุ์ ได้ข้อมูลดังตาราง [5]

จำนวนสัตว์ป่าชนิดหนึ่ง ที่ใกล้สูญพันธุ์ต่อตารางเมตร	จำนวนค่าสังเกต
0	16
1	9
2	3
3	1
4	1
≥ 5	0

จากข้อมูลข้างต้น $n = 30$ และ $\bar{X} = 0.7333$

กำหนดระดับความเชื่อมั่น 95%

$$v = \sqrt{\bar{X}} + \sqrt{\bar{X} + 1} - \frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}$$

$$= \sqrt{0.7333} + \sqrt{0.7333 + 1} - \frac{1.96}{\sqrt{30}}$$

$$= 1.81503$$

$$w = \sqrt{\bar{X}} + \sqrt{\bar{X} + 1} + \frac{Z_{\alpha/2}}{\sqrt{n}}$$

$$= \sqrt{0.7333} + \sqrt{0.7333 + 1} + \frac{1.96}{\sqrt{30}}$$

$$= 2.53072$$

$$\text{ดังนั้น ขอบเขตล่างของช่วง เท่ากับ } \left(\frac{v^2 - 1}{2v} \right)^2 = \left(\frac{2.53072^2 - 1}{2(2.53072)} \right)^2 = 1.1402$$

$$= \left(\frac{1.81503^2 - 1}{2(1.81503)} \right)^2 = 0.3995$$

สรุปได้ว่า จำนวนตัวแปรชนิดหนึ่งที่ใกล้สูญพันธุ์

ต่อตารางเมตร โดยเฉลี่ย ประมาณ 0.3995 ถึง 1.1402 ตัวต่อ

ตารางเมตร ด้วยความเชื่อมั่น 95%

$$\text{ขอบเขตบนของช่วง เท่ากับ } \left(\frac{w^2 - 1}{2w} \right)^2$$

ตารางที่ 3 ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD.) และค่าสูงสุดของค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จำแนกตามขนาดตัวอย่างและวิธีการประมาณค่า ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99%

ขนาดตัวอย่าง	วิธีการประมาณค่า	ระดับความเชื่อมั่น					
		95%			99%		
		ค่าเฉลี่ย	SD.	ค่าสูงสุด	ค่าเฉลี่ย	SD.	ค่าสูงสุด
5	WC	2.1061	0.2733	2.4332	2.7636	0.3620	3.2111
	S	2.4269	0.2361	2.7127	3.7305	0.2667	4.0675
	FT	1.9322	0.3618	2.3443	2.5060	0.4807	3.0763
10	WC	1.5014	0.1974	1.7472	1.9716	0.2582	2.2968
	S	1.7249	0.1711	1.9405	2.6467	0.1915	2.8928
	FT	1.4057	0.2461	1.6982	1.8343	0.3287	2.2285
15	WC	1.2240	0.1603	1.4256	1.6104	0.2068	1.8661
	S	1.4063	0.1390	1.5832	2.1604	0.1533	2.3540
	FT	1.1517	0.1955	1.3874	1.5103	0.2566	1.8134
20	WC	1.0640	0.1397	1.2394	1.3964	0.1812	1.6244
	S	1.2211	0.1213	1.3752	1.8720	0.1346	2.0448
	FT	1.0047	0.1680	1.2076	1.3147	0.2206	1.5811
25	WC	0.9513	0.1222	1.1047	1.2492	0.1611	1.4490
	S	1.0917	0.1062	1.2265	1.6742	0.1195	1.8255
	FT	0.8998	0.1454	1.0763	1.1787	0.1943	1.4107
30	WC	0.8691	0.1113	1.0087	1.1413	0.1473	1.3275
	S	0.9971	0.0966	1.1198	1.5289	0.1095	1.6701
	FT	0.8229	0.1322	0.9831	1.0785	0.1764	1.2934

6. สรุปผล

ผลการวิจัยครั้งนี้ สรุปได้ดังนี้

วิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง และวิธีสคออร์ เป็นวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในทุกระดับขนาดตัวอย่างและทุกระดับค่าพารามิเตอร์ แต่วิธีสคออร์ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูงกว่าวิธีของวาล์วแบบปรับค่าความต่อเนื่อง อย่างไรก็ตาม วิธีสคออร์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสูงกว่า

วิธีของฟรีแมนและดูเกียร์ เป็นวิธีที่ให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าตั้งแต่ 6 หน่วยขึ้นไป นอกจากนี้ วิธีของฟรีแมนและดูเกียร์ ยังให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด ในทุกสถานการณ์ที่ทำการศึกษา

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Hogg, R.V., and Tanis, E.A., Probability and Statistical Inference., Prentice-Hall, New Jersey, 704 p, 2001.
- [2] นวพร นาถนิตธาดา, การประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวซอง, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, 2539.
- [3] Barker, L., A Comparison of Nine Confidence Intervals for a Poisson Parameter When the Expected Number of Events is ≤ 5 , The American Statistician. Vol. 56 (2), pp. 85-89, 2002.
- [4] Freeman, M.F., and Tukey, J.W., Transformations Related to the Angular and the Square Root, Annals of Mathematical Statistics. Vol. 21, pp. 607-611, 1950.
- [5] Olkin, I., Gleser, L.J., and Derman, C., Probability Models and Applications, Macmillan College Publishing, New York, 715 p, 1994.