

กลยุทธ์การบำรุงรักษาเชิงป้องกันแบบหลายคาบเวลา

Multiple-Periodic Preventive Maintenance Strategy

สุนวรณัน นิยะโมสถ และ จารุมนต์ จาตุรณนที

ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ คลองหลวง ปทุมธานี 12120

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อนำเสนอการตัดสินใจที่ดีที่สุดสำหรับกลยุทธ์ใหม่ของการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแบบหลายคาบเวลาสำหรับเครื่องจักรและอุปกรณ์เช่า ที่สามารถลดต้นทุนการบำรุงรักษาตลอดระยะเวลาการเช่าให้ต่ำที่สุด กลยุทธ์ใหม่ที่นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นแบบผสม ซึ่งเป็นการรวมข้อดีของกลยุทธ์แบบลำดับเวลาและกลยุทธ์แบบคาบเวลาไว้ด้วยกัน โดยปัญหาในงานวิจัยนี้เป็นการหาค่าที่ดีที่สุดของสองพารามิเตอร์ ซึ่งมีพารามิเตอร์หนึ่งตัวที่มี $(k_1 + k_2)$ มิติ ขั้นตอนการหาคำตอบที่ดีที่สุดแบ่งเป็นสองขั้นตอนหลัก ซึ่งในแต่ละขั้นตอนเป็นการหาคำตอบสำหรับพารามิเตอร์แต่ละตัว โดยคำตอบที่ดีที่สุดที่ต้องการคือ (1) คาบเวลาที่ดีที่สุดในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน และ (2) ระดับของการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันที่ดีที่สุด

Abstract

The purpose of this research is to present the optimal determination of the new periodic preventive maintenance strategy for leased equipment, which minimizes the total maintenance cost for a specified lease period. The new strategy proposed in this paper is hybrid in the sense that it combines the advantages of both sequential and periodic PM policies. The problem is a two-parameter optimization with one parameter being $(k_1 + k_2)$ -dimensional. The optimal solution is obtained by using a two-stage approach where at each stage a one-parameter optimization is solved. The optimal solutions obtained by the model are (i) the optimal constant time intervals to carry out PM, and (ii) the optimal level of PM actions.

1. บทนำ

ในการเช่าเครื่องจักรและอุปกรณ์ การบำรุงรักษาเครื่องจักรและอุปกรณ์เป็นภาระหน้าที่ของผู้ให้เช่า ซึ่งโดยปกติในสัญญาเช่าจะมีการระบุค่าปรับที่ผู้ให้เช่าต้องชดเชยให้แก่ผู้เช่า ในกรณีที่เครื่องจักรและอุปกรณ์เกิดความขัดข้อง การทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน (Preventive Maintenance; PM) สามารถลดต้นทุนต่างๆที่เป็นผลสืบเนื่องมาจากการเกิดความขัดข้องขึ้นกับเครื่องจักรและอุปกรณ์ได้ อย่างไรก็ตามการดำเนินการกิจกรรมบำรุงรักษาเชิงป้องกันย่อมมีต้นทุนเกิดขึ้น ดังนั้นจึงมีความจำเป็น

ที่ต้องทำการตัดสินใจเลือกกลยุทธ์การบำรุงรักษาเชิงป้องกันที่ดีที่สุด ซึ่งหมายถึงกลยุทธ์ที่สมดุลที่สุดระหว่างต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงป้องกันและต้นทุนอันสืบเนื่องมาจากการเกิดความขัดข้องขึ้นกับเครื่องจักรและอุปกรณ์

Jaturonnate และคณะ (2005) ได้ศึกษากลยุทธ์การบำรุงรักษาเชิงป้องกันที่ดีที่สุดแบบลำดับเวลา (Sequential PM Strategy) สำหรับเครื่องจักรและอุปกรณ์เช่า ซึ่งผู้วิจัยเรียกว่า กลยุทธ์ที่ 1 ซึ่งกลยุทธ์นี้เครื่องจักรและอุปกรณ์จะได้รับการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน ณ ช่วงเวลาไม่คงที่

กล่าวคือ ช่วงห่างของระยะเวลาการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้งจะสั้นลงเรื่อยๆเมื่ออายุเครื่องจักรและอุปกรณ์เพิ่มมากขึ้น เนื่องจากโดยทั่วไปเครื่องจักรและอุปกรณ์ต้องการการบำรุงรักษาด้วยความถี่เพิ่มมากขึ้นเมื่ออายุเพิ่มขึ้น

Pongpech และ Murthy (2005) ได้ศึกษากลยุทธ์การบำรุงรักษาเชิงป้องกันที่ดีที่สุดในแบบคาบเวลา (Periodic PM Strategy) สำหรับเครื่องจักรและอุปกรณ์เช่า ซึ่งผู้วิจัยเรียกว่า กลยุทธ์ที่ 2 ซึ่งกลยุทธ์นี้จะแตกต่างจากกลยุทธ์แบบลำดับเวลา โดยกลยุทธ์แบบคาบเวลานั้น เครื่องจักรและอุปกรณ์จะได้รับการบำรุงรักษาเชิงป้องกันด้วยคาบเวลาคงที่ ณ เวลา jT , $j = 1, 2, \dots, k$ ตลอดระยะเวลาการเช่า ดังนั้นกลยุทธ์แบบคาบเวลาจึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานจริงได้ง่ายกว่ากลยุทธ์แบบลำดับเวลา เนื่องจากคาบเวลาในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันคงที่ อย่างไรก็ตามจากการศึกษาพบว่าต้นทุนคาดหวังของการบำรุงรักษาสำหรับกลยุทธ์ที่ 2 จะสูงกว่ากลยุทธ์ที่ 1 เสมอ

กลยุทธ์ที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยได้เสนอในงานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาและปรับปรุงกลยุทธ์การบำรุงรักษาเชิงป้องกันแบบคาบเวลาสำหรับเครื่องจักรและอุปกรณ์เช่าแบบเดิมขึ้นใหม่ โดยรวมเอาข้อดีของกลยุทธ์ที่ 1 และกลยุทธ์ที่ 2 ไว้ด้วยกัน โดยในกลยุทธ์ที่ 3 จะแบ่งระยะเวลาการเช่าออกเป็นสองช่วง ได้แก่ช่วงแรกและช่วงที่สองของสัญญาเช่า ซึ่งแต่ละช่วงทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแบบคาบเวลา ณ คาบเวลาคงที่ แต่ขนาดของคาบเวลาในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันของช่วงที่สองจะสั้นลงเป็นครึ่งหนึ่งของช่วงแรก นั่นคือในช่วงแรกของสัญญาเช่าจะทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันด้วยคาบเวลาคงที่ ณ เวลา jT , $j = 1, 2, \dots, k_1$ และในช่วงที่สองของสัญญาเช่าจะทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันด้วยคาบเวลาคงที่ ณ เวลา $\frac{jT}{2}$, $j' = 1, 2, \dots, k_2$ เมื่อ T หมายถึงคาบเวลาคงที่ในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน และ k_1, k_2 คือ จำนวนครั้งของการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันในช่วงแรกและช่วงที่สองของสัญญาเช่าตามลำดับ นั่นหมายความว่า

ในช่วงที่สองของสัญญาเช่าจะมีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันด้วยความถี่ที่มากขึ้นกว่าในช่วงแรกของสัญญาเช่า เนื่องจากอัตราการเกิดความขัดข้องเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่สูงขึ้นเมื่ออายุเครื่องจักรและอุปกรณ์เพิ่มขึ้น นอกจากนี้กำหนดให้ความขัดข้องที่เกิดขึ้นจะได้รับการแก้ไขทันทีด้วยการซ่อมแซมเพียงเล็กน้อย (Minimal Repairs) โดยพารามิเตอร์สำหรับกลยุทธ์ที่ 3 นี้ได้แก่

- (1) คาบเวลาคงที่ในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน, T
- (2) ระดับของการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน, δ

2. ขอบเขตการวิจัย

เป็นการศึกษากลยุทธ์การบำรุงรักษาเชิงป้องกันแบบหลายคาบเวลาที่ดีที่สุดสำหรับเครื่องจักรและอุปกรณ์ให้เช่าที่เป็นเครื่องจักรและอุปกรณ์ใหม่เท่านั้น

3. วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 สัญญาเช่าเครื่องจักรและอุปกรณ์

เครื่องจักรและอุปกรณ์ถูกเช่าเป็นระยะเวลา L โดยแบ่งออกเป็นสองช่วงเวลาคือ ระยะเวลาช่วงแรกของสัญญาเช่าเรียกว่าช่วง L_1 และระยะเวลาช่วงที่สองของสัญญาเช่าเรียกว่าช่วง L_2 โดยมีการกำหนดค่าปรับไว้เท่ากับ C_u ต่อครั้งของการเกิดความขัดข้องตลอดระยะเวลาการเช่า

3.2 แบบจำลองการเกิดความขัดข้อง

งานวิจัยนี้มีสมมติฐานว่า ทุกความขัดข้องที่เกิดขึ้นจะได้รับการแก้ไขโดยการซ่อมแซมเพียงเล็กน้อย ซึ่งในกรณีของการซ่อมแซมเพียงเล็กน้อย ฟังก์ชันอัตราการเกิดความขัดข้อง ณ จุดที่เกิดความขัดข้องจะไม่เปลี่ยนแปลงหลังจากการซ่อม นอกจากนี้ได้มีการสมมติเพิ่มเติมว่าเวลาที่ใช้ในการซ่อมมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับระยะเวลาเฉลี่ยระหว่างการเกิดความขัดข้องแต่ละครั้ง ดังนั้นจึงสามารถไม่พิจารณาเวลาในการซ่อมได้ ดังนั้น จากข้อสมมุติฐานดังกล่าวข้างต้น ความขัดข้องที่เกิดขึ้นจะเป็นไปตามกระบวนการนอนโฮโมจีเนียส ปัวซอง (Non-Homogeneous Poisson Process;

NHPP) ด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้อง $\lambda_0(t) = r(t)$ สำหรับกรณีไม่มีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน เมื่อ $r(t)$ คือ ฟังก์ชันอัตราการเกิดความขัดข้อง (Failure Rate Function) ซึ่งสัมพันธ์กับฟังก์ชันการกระจาย (Distribution Function) $F(t)$

ผู้ให้เข้าจะเข้าไปทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้งด้วยคาบเวลาคงที่ T ในช่วงแรกของสัญญาเช่า และเข้าไปทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้ง ณ คาบเวลาคงที่ $\frac{T}{2}$ ในช่วงที่สองของสัญญาเช่า ดังนั้นจึงมีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้งที่เวลา $t_j = jT$, $j = 1, 2, \dots, k_1$ สำหรับช่วงแรกของสัญญาเช่าและมีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้งที่เวลา $t_j = L_1 + \frac{j'T}{2}$, $j' = 1, 2, \dots, k_2$ สำหรับช่วงที่สองของสัญญาเช่า โดยการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้งจะส่งผลให้ฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้องลดลงเท่ากับ δ_j สำหรับช่วงแรกของสัญญาเช่า (ช่วง L_1) และลดลงเท่ากับ δ_j สำหรับช่วงที่สองของสัญญาเช่า (ช่วง L_2) ตามลำดับ

ดังนั้น การเกิดความขัดข้องตลอดระยะเวลาเช่าจะเป็นไปตามกระบวนการนอนโฮโมจีเนียส ปัวส์ซอง ด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้อง ดังนี้

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) - \sum_{i=0}^j \delta_i \quad \text{สำหรับ } t_j \leq t < t_{j+1} \quad (1)$$

เมื่อ $\delta_0 = 0$

บนช่วงแรกของสัญญาเช่า และ

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) - \sum_{i=0}^j \delta_i \quad \text{สำหรับ } t_j \leq t < t_{j+1} \quad (2)$$

$$\text{เมื่อ } \delta_0 = \sum_{j=1}^{k_1} \delta_j$$

บนช่วงที่สองของสัญญาเช่า

โดย δ_j และ δ_j มีขีดจำกัด ดังนี้

$$0 \leq \delta_j \leq \lambda_0(t_j) - \sum_{i=0}^{j-1} \delta_i \quad \text{สำหรับ } 1 \leq j \leq k_1 \quad (3)$$

เมื่อ $t_0 = 0$ และ $\delta_0 = 0$

บนช่วงแรกของสัญญาเช่า

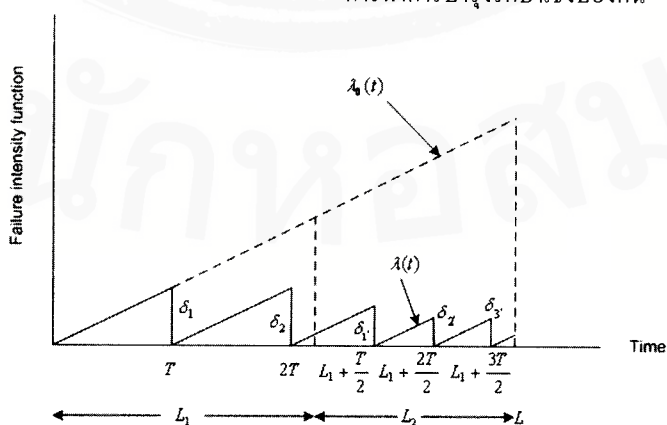
$$\text{และ } 0 \leq \delta_j \leq \lambda_0(t_j) - \sum_{i=0}^{j-1} \delta_i \quad (4)$$

สำหรับ $1 \leq j' \leq k_2$

$$\text{เมื่อ } t_0 = L_1 \text{ และ } \delta_0 = \sum_{j=1}^{k_1} \delta_j$$

บนช่วงที่สองของสัญญาเช่า

ภาพที่ 1 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้องกรณีมีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันและไม่มีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน



ภาพที่ 1 ฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้อง

3.3 ต้นทุนการบำรุงรักษาสำหรับผู้ให้เช่า

ต้นทุนการบำรุงรักษาสำหรับผู้ให้เช่า ประกอบด้วยต้นทุนสามชนิด ดังนี้

(1) ต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงแก้ไข

กำหนดให้ $N(L)$ คือ จำนวนครั้งของการเกิดความขัดข้องตลอดระยะเวลาการเช่า และ C_f คือ ต้นทุนเฉลี่ยของการบำรุงรักษาเชิงแก้ไข ดังนั้น ต้นทุนรวมของการบำรุงรักษาเชิงแก้ไข จึงเท่ากับ

$$TC_f = C_f N(L) \quad (5)$$

(2) ต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน

ต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงป้องกันจะขึ้นอยู่กับระดับของการลดลงของฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้อง โดยกำหนดให้ฟังก์ชันต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงป้องกันเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของต้นทุนที่และต้นทุนผันแปร ดังนี้

$$C_p(\delta_j) = a + b\delta_j, \quad j = 1, 2, \dots, k_1 \quad (6)$$

บนช่วงแรกของสัญญาเช่า และ

$$C_p(\delta_{j'}) = a + b\delta_{j'}, \quad j' = 1, 2, \dots, k_2 \quad (7)$$

บนช่วงที่สองของสัญญาเช่า

โดย $a > 0$ เป็นต้นทุนคงที่ในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้ง และ $b \geq 0$ เป็นต้นทุนผันแปรในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้ง ดังนั้น ต้นทุนรวมของการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน จึงเท่ากับ

$$TC_p(\delta_j, \delta_{j'}) = \sum_{j=1}^{k_1} (a + b\delta_j) + \sum_{j'=1}^{k_2} (a + b\delta_{j'}) \quad (8)$$

เมื่อ $j = 1, 2, \dots, k_1$ และ $j' = 1, 2, \dots, k_2$

(3) ต้นทุนจากค่าปรับ

เมื่อเครื่องจักรและอุปกรณ์เกิดความขัดข้องขึ้นภายในระยะเวลาการเช่า จะเกิดค่าปรับขึ้นกับผู้ให้เช่า ซึ่งเป็นไปตามสมการ

$$P = C_n \{\max[0, N(L)]\} \quad (9)$$

3.4 ค่าคาดหวังของจำนวนครั้งของการเกิดความขัดข้อง

จากที่ได้กล่าวไปข้างต้น การเกิดความขัดข้องของเครื่องจักรและอุปกรณ์เช่า เป็นไปตามกระบวนการนอนโสมิจีเนียส ปัวซอง ซึ่งในกรณีไม่มีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันสามารถคำนวณค่าคาดหวังของจำนวนครั้งของการเกิดความขัดข้องได้จากสมการดังนี้

$$E[N(L)] = \Lambda_0(L) = \int_0^L \lambda_0(t) dt \quad (10)$$

เมื่อ $\lambda_0(t)$ คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้องกรณีไม่มีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน สำหรับในกรณีที่มีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน ฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้องสำหรับแต่ละช่วงของสัญญาเช่า สามารถหาได้จากสมการ (1) และ (2) และสามารถคำนวณค่าคาดหวังของจำนวนครั้งของการเกิดความขัดข้องได้จากสมการดังนี้

$$E[N(L)] = \Lambda(L) = \Lambda_0(L) - \sum_{j=1}^{k_1} \delta_j (L - t_j) - \sum_{j'=1}^{k_2} \delta_{j'} (L - t_{j'}) \quad (11)$$

เมื่อ $j = 1, 2, \dots, k_1$ และ $j' = 1, 2, \dots, k_2$

3.5 ค่าคาดหวังของต้นทุนการบำรุงรักษาสำหรับผู้ให้เช่า

จากหัวข้อที่ผ่านมาเห็นได้ว่า ต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงแก้ไขและต้นทุนจากค่าปรับเป็นฟังก์ชันของตัวแปรสุ่ม ซึ่งสามารถคำนวณค่าคาดหวังของต้นทุนได้ดังนี้

(1) ค่าคาดหวังของต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงแก้ไข

จากสมการที่ (5) และ (11) ค่าคาดหวังของต้นทุนการบำรุงรักษาเชิงแก้ไขสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$E(TC_f) = C_f \Lambda(L) \quad (12)$$

(2) ค่าคาดหวังของต้นทุนจากค่าปรับ

จากสมการที่ (9) และ (11) ค่าคาดหวังของต้นทุนจากค่าปรับ สามารถคำนวณได้ ดังนี้

$$E[P] = C_n \Lambda(L) \quad (13)$$

(3) ค่าคาดหวังของต้นทุนรวมของการบำรุงรักษาสำหรับผู้ให้เช่า

ค่าคาดหวังของต้นทุนรวมของการบำรุงรักษาสำหรับผู้ให้เช่าเกิดจากผลรวมของแต่ละต้นทุนที่ได้กล่าวไปข้างต้น ซึ่งสามารถคำนวณได้ ดังนี้

$$J(T, \underline{\delta}) = C_f \Lambda(L) + \sum_{j=1}^{k_1} (a + b\delta_j) + \sum_{j=1}^{k_2} (a + b\delta_{j'}) + C_n \Lambda(L) \quad (14)$$

เมื่อ $j = 1, 2, \dots, k_1$ และ $j' = 1, 2, \dots, k_2$

กำหนดให้ $C' = C_f + C_n$ และจาก (11) จะได้สมการที่(14)ดังนี้

$$J(T, \underline{\delta}) = C' \left[\Lambda_0(L) - \sum_{j=1}^{k_1} \delta_j (L - t_j) - \sum_{j=1}^{k_2} \delta_{j'} (L - t_{j'}) \right] + \sum_{j=1}^{k_1} (a + b\delta_j) + \sum_{j=1}^{k_2} (a + b\delta_{j'}) \quad (15)$$

เมื่อ $j = 1, 2, \dots, k_1$ และ $j' = 1, 2, \dots, k_2$

3.6 การหาค่าตอบที่ดีที่สุดของแบบจำลอง

คำตอบที่ดีที่สุดของแบบจำลองคือค่าพารามิเตอร์ของกลยุทธ์ที่ทำให้ค่าคาดหวังของต้นทุนการบำรุงรักษา, $J(T, \underline{\delta})$, มีค่าต่ำที่สุด ซึ่งได้แก่ระดับการบำรุงรักษาเชิงป้องกันที่ดีที่สุด, $\underline{\delta}^*(T)$, และคาบเวลาที่ดีที่สุดในการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน, T^* , ซึ่งการคำนวณหาค่าตอบที่ดีที่สุดแบ่งเป็นสองขั้นตอนหลัก โดยในขั้นตอนที่ 1 จะใช้วิธีการทางอนุพันธ์แคลคูลัสเพื่อหาค่า $\underline{\delta}^*(T)$ และในขั้นตอนที่สองจะใช้วิธีการเชิงตัวเลขได้แก่กระบวนการทำซ้ำ (Iterative Procedure) เพื่อหาค่า T^* ซึ่งขั้นตอนการคำนวณดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1

กำหนดให้ k_1, k_2 เป็นค่าคงที่ และทำการคำนวณ $t_j, t_{j'}$ จาก $t_j = jT$, $j = 1, 2, \dots, k_1$ และ

$$t_{j'} = L_1 + \frac{j'T}{2}, \quad j' = 1, 2, \dots, k_2 \quad \text{ดังนั้นจะได้}$$

$J(T, \underline{\delta})$ เป็นฟังก์ชันของ $\underline{\delta}$ เพียงพารามิเตอร์เดียว และจาก (3) และ (4) จะได้ขีดจำกัดของ $\underline{\delta}$ ดังนี้

$$0 \leq \delta_j \leq \lambda_0(t_j) - \sum_{i=0}^{j-1} \delta_i \quad \text{สำหรับ } 1 \leq j \leq k_1 \quad (16)$$

เมื่อ $t_0 = 0$ และ $\delta_0 = 0$

บนช่วงแรกของสัญญาเช่า และ

$$0 \leq \delta_{j'} \leq \lambda_0(t_{j'}) - \sum_{i=0}^{j'-1} \delta_i \quad \text{สำหรับ } 1 \leq j' \leq k_2 \quad (17)$$

เมื่อ $t_0 = L_1$ และ $\delta_0 = \sum_{j=1}^{k_1} \delta_j$

บนช่วงที่สองของสัญญาเช่า

ทำการหาอนุพันธ์แยกส่วนของ $J(T, \underline{\delta})$ เทียบกับ $\underline{\delta}$ เพื่อหาค่าขีดสุด (Extreme Point) ของ $J(T, \underline{\delta})$ ดังนี้

$$\frac{\partial J(T, \underline{\delta})}{\partial \delta_1} = \frac{\partial J(T, \underline{\delta})}{\partial \delta_2} = \dots = \frac{\partial J(T, \underline{\delta})}{\partial \delta_j} = \frac{\partial J(T, \underline{\delta})}{\partial \delta_{j'}} = \frac{\partial J(T, \underline{\delta})}{\partial \delta_2} = \dots = \frac{\partial J(T, \underline{\delta})}{\partial \delta_{j'}} = 0$$

ซึ่งเราจะได้ขีดจำกัดของ t_j และ $t_{j'}$ ดังนี้

$$0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{k_1} < L - \frac{b}{C'} \quad \text{และ}$$

$$0 < t_{j'} < t_{j'+1} < \dots < t_{k_2} < L - \frac{b}{C'} \quad (18)$$

เมื่อ $0 < t_j < t_{j'} < L - \frac{b}{C'}$

จะเห็นได้ว่า $J(T, \underline{\delta})$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของ $\underline{\delta}$ และมีขีดจำกัด ตาม (16)-(18) ดังนั้นค่าที่ดีที่สุดสำหรับ $\underline{\delta}$ จึงได้แก่ค่าที่จุดปลายขีดจำกัดของ $\underline{\delta}$ ซึ่งได้แก่

$$\delta_j^* = \begin{cases} \lambda_0(t_j) - \sum_{i=0}^{j-1} \delta_i & \text{ถ้า } t_j < L - b/C \\ 0 & \text{ถ้า } t_j \geq L - b/C \end{cases}$$

สำหรับ $1 \leq j \leq k_1$
 $j > k_1$ (19)

เมื่อ $t_0 = 0$ และ $\delta_0 = 0$

และ

$$\delta_j^* = \begin{cases} \lambda_0(t_j) - \sum_{i=0}^{j-1} \delta_i & \text{ถ้า } t_j < L - b/C \\ 0 & \text{ถ้า } t_j \geq L - b/C \end{cases}$$

สำหรับ $1 \leq j' \leq k_2$
 $j' > k_2$ (20)

เมื่อ $t_0 = L_1$ และ $\delta_0 = \sum_{j=1}^{k_1} \delta_j$

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันที่ดีที่สุด ณ เวลา $t_j = jT$, $j = 1, 2, \dots, k_1$

หรือ $t_j = L_1 + \frac{j'T}{2}$, $j' = 1, 2, \dots, k_2$ คือการลด

ขนาดฟังก์ชันความหนาแน่นของการเกิดความขัดข้องลง

อย่างสูงสุด ถ้า $t_j < L - \frac{b}{C}$ หรือ $t_j < L - \frac{b}{C}$

และไม่มีการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกัน ถ้า

$t_j \geq L - \frac{b}{C}$ หรือ $t_j \geq L - \frac{b}{C}$

ขั้นตอนที่ 2

ในขั้นตอนนี้เรากำหนด T^* โดยการหาค่าที่ต่ำที่สุดของ $J(T, \underline{\delta}^*)$ โดยใช้ $\underline{\delta}^*(T)$ ที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 โดยวิธีการหาค่า T^* จะใช้วิธีการทำซ้ำซึ่งเป็นวิธีการเชิงตัวเลข โดยมีลำดับขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1: กำหนด $k_1 = 1$

ขั้นที่ 2: คำนวณขีดจำกัดของ T จาก

$$\frac{L_1}{k_1 + 1} < T \leq \frac{L_1}{k_1}$$

ขั้นที่ 3: คำนวณค่า T ทุกค่าที่อยู่ในช่วง

$$\frac{L_1}{k_1 + 1} < T \leq \frac{L_1}{k_1} \text{ โดยกำหนดขนาดการก้าว (Step Size)} \rightarrow 0$$

ขั้นที่ 4: คำนวณค่า t_j และ $t_{j'}$ จาก

$$t_j = jT, \quad j = 1, 2, \dots, k_1 \text{ และ } t_{j'} = L_1 + \frac{j'T}{2},$$

$$j' = 1, 2, \dots, k_2$$

ขั้นที่ 5: คำนวณค่า δ_j^* และ $\delta_{j'}^*$ โดยการแทน

ค่า t_j และ $t_{j'}$ ลงในสมการที่ (19) และ (20) ตามลำดับ

ขั้นที่ 6: คำนวณ $J(T, \underline{\delta}^*)$ จากสมการที่ (15)

ขั้นที่ 7: กำหนดค่าใหม่โดย $k_1 \leftarrow k_1 + 1$

และทำซ้ำขั้นที่ 1 ใหม่ จนกระทั่ง $k_1 = k_{1\max}$ โดย

$$k_{1\max} = \frac{C \Lambda_0(L_1)}{a} \text{ จากนั้นไปขั้นที่ 8}$$

ขั้นที่ 8: คำนวณค่า T^* ซึ่งทำให้ $J(T, \underline{\delta}^*)$ มี

ค่าต่ำที่สุด ซึ่งเป็นคาบเวลาที่ดีที่สุดในการทำการ

บำรุงรักษาเชิงป้องกัน โดยมีระดับการบำรุงรักษาที่ดี

ที่สุดคือ $\underline{\delta}^* = \underline{\delta}^*(T^*)$ และต้นทุนการบำรุงรักษาที่ดี

ที่สุดคือ $J(T^*, \underline{\delta}^*(T^*))$

4. ผลการวิจัย

จากงานวิจัยของ Pongpech และ Murthy (2005)

ได้สมมุติให้ฟังก์ชันการกระจายของการเกิดความขัดข้อง

เป็นแบบไวบูลล์ ที่มีพารามิเตอร์สองตัว ดังนี้

$$\lambda_0 = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha} \right)^{\beta-1} \quad (21)$$

โดยมีพารามิเตอร์กำหนดขนาด (Scale Parameter)

$\alpha > 0$

และพารามิเตอร์กำหนดรูปร่าง (Shape

Parameter) $\beta > 1$ ซึ่งเป็นกรณีอัตราการเกิดความ

ขัดข้องเพิ่มขึ้นสัมพันธ์กับเวลา (Increasing Failure Rate;

IFR) โดยในกรณีของการกระจายแบบไวบูลล์ที่มี

พารามิเตอร์ตั้งแต่สองตัวขึ้นไปพบว่าพารามิเตอร์กำหนด

ขนาดไม่มีผลกระทบต่อแบบจำลอง ดังนั้นเพื่อความ

สะดวกเราจึงสมมุติให้ $\alpha = 1$

ในการวิจัยได้กำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์

ต่างๆ ดังนี้

$$L = 5 \text{ ปี, } L_1 = 2 \text{ ปี, } C_f = \$100,$$

$$C_n = \$200, a = \$100, b = \$50, \beta = 3$$

4.1 คำตอบที่ดีที่สุดของแบบจำลอง

จากขั้นตอนการคำนวณที่กล่าวมาข้างต้น สามารถคำนวณคำตอบที่ดีที่สุดของแบบจำลองได้ ดังนี้ $k_{lmax} = 24$, $T^* = 0.3833$ ปี, $k_1^* = 5$, $k_2^* = 14$, $J(T^*, \underline{\delta}^*) = \$7,814.10$ โดยพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดสามารถแสดงได้ตามตารางที่ 1

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ที่ดีที่สุดของแบบจำลอง

ระยะเวลาช่วงแรกของ สัญญาเช่า			ระยะเวลาช่วงที่สองของ สัญญาเช่า		
j	t_j^*	δ_j^*	j	t_j^*	δ_j^*
1	0.3833	0.4408	1	2.1917	3.3894
2	0.7667	1.3225	2	2.3833	2.6306
3	1.1500	2.2042	3	2.5750	2.8510
4	1.5333	3.0858	4	2.7667	3.0715
5	1.9167	3.9675	5	2.9583	3.2919
			6	3.1500	3.5123
			7	3.3417	3.7327
			8	3.5333	3.9531
			9	3.7250	4.1735
			10	3.9167	4.3940
			11	4.1083	4.6144
			12	4.3000	4.8348
			13	4.4917	5.0552
			14	4.6833	5.2756

4.2 ผลการวิจัยเปรียบเทียบทั้งสามกลยุทธ์

ตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบกลยุทธ์ที่ 1 ของ Jaruronatee และคณะ (2005), กลยุทธ์ที่ 2 ของ Pongpech และ Murthy (2005) และกลยุทธ์ที่ 3 ที่เสนอในงานวิจัยนี้ สำหรับ $\beta = 3$

ตารางที่ 2 แสดงผลการวิจัยเปรียบเทียบทั้งสามกลยุทธ์

กลยุทธ์ที่ 1		กลยุทธ์ที่ 2		กลยุทธ์ที่ 3	
k^*	J^*	k^*	J^*	k_{Total}^*	J^*
20	\$7,712.87	21	\$8,034.90	19	\$7,814.10

จากผลการวิจัยดังแสดงในตารางที่ 2 สามารถสรุปได้ว่า กลยุทธ์การบำรุงรักษากลยุทธ์ที่ 3 ซึ่งเสนอในงานวิจัยนี้มีต้นทุนการบำรุงรักษาต่ำกว่ากลยุทธ์ที่ 2 ซึ่งเป็นกลยุทธ์แบบคาบเวลาแบบเดิม แต่สูงกว่ากลยุทธ์ที่ 1 ซึ่งเป็นกลยุทธ์แบบลำดับเวลาเล็กน้อย ดังนั้น กลยุทธ์ที่ 1 จึงเป็นกลยุทธ์ที่มีต้นทุนการบำรุงรักษาต่ำที่สุด อย่างไรก็ตามเนื่องจากกลยุทธ์ที่ 1 มีระยะเวลาการทำการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแต่ละครั้งไม่คงที่ ทำให้ยากต่อวางแผนการบำรุงรักษาและการนำไปประยุกต์ใช้งานจริง ดังนั้นกลยุทธ์ที่ 3 จึงเป็นกลยุทธ์ที่เหมาะสมแก่การนำไปปฏิบัติมากกว่ากลยุทธ์ที่ 1 ทั้งนี้ นอกจากกลยุทธ์ที่ 3 จะมีต้นทุนที่ต่ำกว่ากลยุทธ์ที่ 2 แล้ว ในแง่ของความน่าเชื่อถือ (Reliability) กลยุทธ์ที่ 3 สามารถปรับปรุงระดับความน่าเชื่อถือได้ดีกว่ากลยุทธ์ที่ 2 อีกด้วย เนื่องจากตามกลยุทธ์บายที่ 3 เครื่องจักรและอุปกรณ์ให้เช่า จะได้รับการบำรุงรักษาด้วยความถี่ที่เพิ่มมากขึ้นเมื่ออายุของเครื่องจักรและอุปกรณ์เพิ่มขึ้น

5. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอกลยุทธ์ใหม่สำหรับการบำรุงรักษาเชิงป้องกันแบบคาบเวลาสำหรับเครื่องจักรและอุปกรณ์ให้เช่า ซึ่งเป็นการรวมเอาข้อดีของกลยุทธ์แบบคาบเวลาเดิมและกลยุทธ์แบบลำดับเวลาไว้ด้วยกัน การพัฒนากลยุทธ์ใหม่นี้ส่งผลให้เกิดการลดต้นทุนการบำรุงรักษาสำหรับผู้ให้เช่าและสามารถปรับปรุงระดับความน่าเชื่อถือของเครื่องจักรและอุปกรณ์เช่าได้ดีกว่ากลยุทธ์แบบลำดับเวลาเดิม และสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานจริงได้ง่ายกว่ากลยุทธ์แบบลำดับเวลา

สำหรับงานวิจัยนี้มีขอบเขตเฉพาะสำหรับเครื่องจักรและอุปกรณ์เข้าที่เป็นของใหม่เท่านั้น อย่างไรก็ตามสามารถนำไปใช้อ้างอิงเพื่อขยายผลการศึกษาไปสู่กรณีของเครื่องจักรและอุปกรณ์เข้าที่ผ่านการใช้แล้วได้ต่อไป

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ ผศ.ดร. จารุมนต์ จาตุรณนที สำหรับคำแนะนำทางด้านวิชาการต่างๆ และขอขอบคุณคุณรัฐพงศ์ อรุณมณี สำหรับความช่วยเหลือในการเขียนโปรแกรม MATLAB เพื่อใช้ประมวลผลในงานวิจัยนี้

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] เอกชัย ลักษณะานันต์, กลยุทธ์การบำรุงรักษาเชิงป้องกันแบบคาบเวลาที่เหมาะสมที่สุดสำหรับอุปกรณ์/เครื่องจักรเก่าให้เข้า, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, ปทุมธานี, 2548.
- [2] Barlow, R.E. and Proschan, F., Mathematical Theory of reliability., John Wiley and Sons., New York, 256 p, 1965.
- [3] Blishchke, W.R. and Murthy, D.N.P., Reliability, Modeling, Prediction, and Optimization., John Wiley & Sons., New York, 812 p, 2000.
- [4] Coetzee, J.L., The Role of NHPP in The Practical Analysis of Maintenance Failure Data, Reliability Engineering and System Safety. Vol. 56; pp. 161-168, 1997.
- [5] Devore, J.L., Probability and Statistics for Engineering and The Sciences., Thomson Learning., Toronto, 795 p, 2004.
- [6] Jardine, A.S.K., Maintenance, Replacement, and Reliability., Pitman., New York, 199 p, 1973.
- [7] Jaturonnatee, J., Murthy, D.N.P. and Boondiskulchok, R., Optimal Preventive Maintenance of Leashed Equipment with Corrective Minimal Repairs, European Journal of Operational Research., 2005.
- [8] Lin, D., Zuo, M.J., Yam, R.C.M., General Sequential Imperfect Preventive Maintenance Models, International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering. Vol. 7; pp. 253-266, 2000.
- [9] Lin, D., Zuo, M.J., Yam, R.C.M., Sequential Imperfect Preventive Maintenance Models with Two Categories of Failure Modes, Naval research logistic. Vol. 48; pp. 172-183, 2001.
- [10] Medhi, J., Stochastic Processes., Wiley Eastern., New Delhi, 387 p, 1982.
- [11] Pham, H. and Wang, H., Imperfect Maintenance, European Journal of Operational Research. Vol. 94; pp. 425-438, 1996.
- [12] Pongpech, J. and Murthy, D.N.P., Optimal Periodic Preventive Maintenance Policy for Leased Equipment, Reliability Engineering and System safety., 2005.
- [13] Pongpech, J., Murthy, D.N.P. and Boondiskulchok, R., Maintenance Strategies for Used Equipment under Lease, Journal of Quality in Maintenance Engineering. Vol. 12; pp. 52-67, 2006.
- [14] Rao, S.S., Optimization Theory and Applications., Wiley Eastern., New Delhi, 711 p, 1978.
- [15] Wang, H., A Survey of Maintenance Policies of Deterioration Systems, European Journal of Operational Research. Vol.; pp. 469-489, 2002.
- [16] Zequeira, R.I. and Berenguer, C., Periodic Imperfect Preventive Maintenance with Two Categories of Competing Failure Modes, Reliability Engineering and System Safety. Vol. 91; pp. 460-468, 2006.