

การหาค่าเลขอาโวกาโดรจากปรากฏการณ์ฮอลล์ของโลหะ

Determination of Avogadro's Number

from the Hall Effect of Metals

มนู เพ็ญฟู่ง เทวัญ เปลี่ยนสายทอง และจิราภรณ์ พรหมพิง

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

ศูนย์รังสีด คลองหลวง ปทุมธานี 12121

บทคัดย่อ

รายงานฉบับนี้ได้เสนอวิธีการทดลองหาค่าเลขอาโวกาโดร โดยอาศัยปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ที่เป็นที่รู้จักกันเป็นอย่างดีคือปรากฏการณ์ของฮอลล์ โดยการวัดจากโลหะ 5 ชนิด ได้แก่ อลูมิเนียม ทองแดง ตะกั่ว ดีบุก และสังกะสี ได้ค่าเลขอาโวกาโดรเฉลี่ยเท่ากับ $6.012 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ค่าเฉลี่ยสำหรับค่าคงที่ของฟาราเดย์จากการทดลองนี้เท่ากับ $9.63 \times 10^4 \text{ C mole}^{-1}$ จุดประสงค์ของวิธีการที่นำเสนอนี้มุ่งเน้นถึงความง่ายและความสะอาดในการทดลอง เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการทางไฟฟ้าเคมี นอกเหนือจากนั้นวิธีการนี้ยังเป็นประโยชน์สำหรับการทดสอบแบบจำลองอิเล็กตรอนอิสระของโลหะอีกด้วย

คำสำคัญ: เลขอาโวกาโดร ปรากฏการณ์ฮอลล์ ค่าคงที่ของฟาราเดย์

Abstract

This report presents the determination of Avogadro's number by using the most known phenomena in Physics that is the Hall effect. By measuring from 5 metals, Aluminum, Copper, Lead, Tin, and Zinc, the average value of Avogadro's number is $6.012 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. The average value of Faraday's constant for this trial is $9.63 \times 10^4 \text{ C mole}^{-1}$. The objective of this method is simplicity and cleanliness compared to the electrochemical method. In addition, this method provides a useful test for the free electron model of metals.

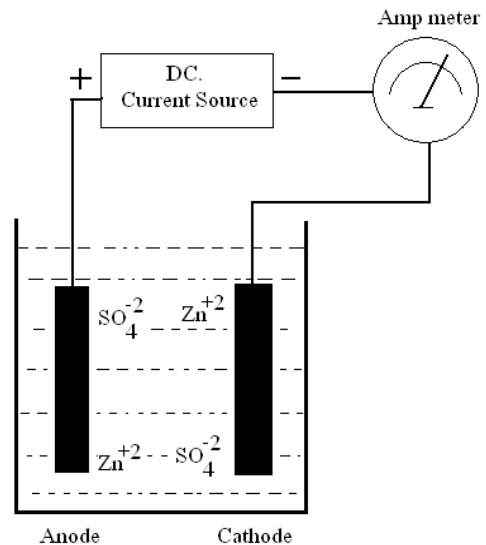
Keywords: Avogadro's number, Hall effect, Faraday's constant

1. บทนำ

หนึ่งในค่าคงที่มูลฐานทางกายภาพที่มีความสำคัญคือ เลขอาโวกาโดร (Avogadro's number) ซึ่งเท่ากับจำนวนของอะตอมของคาร์บอน-12 จำนวน 0.012 กิโลกรัม ที่นิยามใช้สัญลักษณ์เป็น N_A ความสำคัญอย่างหนึ่งของเลขนี้คือใช้ในการนิยามค่าคงที่ทางกายภาพตัวอื่น เช่น ค่าคงที่ของกาซ $R = N_A k_B$ (k_B คือ ค่าคงที่ของโบลทซ์มานน์) และค่าคงที่ของฟาราเดย์ $F = N_A e$ (e คือ ประจุของอิเล็กตรอน)

ความพยายามที่จะหาค่าเลขอาโวกาโดรเริ่มเป็นครั้งแรกในปี ค.ศ.1865 โดย Loschmidt หลังจากนั้นมาจึงได้มีการคิดค้นวิธีการทดลองที่แตกต่างกันไป[1-2] เช่น วิธีไฟฟ้าเคมี (Electrochemical method) วิธีการนับอนุภาคแอลฟา (Counting α particles) การเคลื่อนที่แบบบราวเนียน (Brownian Motion) เป็นต้น แต่วิธีที่ได้ค่าเลขอาโวกาโดรที่น่าเชื่อถือมากที่สุดคือวิธีการเลี้ยวเบนของรังสีเอ็กซ์ (X-ray Diffraction method) โดยได้ค่า $6.0221415 \pm 0.0000010 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ แต่ในการศึกษาทดลองทั่วไปของนักศึกษาวิทยาศาสตร์จะใช้วิธีไฟฟ้าเคมี [3-4] ซึ่งความสัมพันธ์เชิงปริมาณระหว่างการเปลี่ยนแปลงทางไฟฟ้าและเคมีได้รับการอธิบายโดย ไมเคิล ฟาราเดย์ ในปี ค.ศ.1832 เขาได้แสดงให้เห็นว่าน้ำหนักของสารเคมีที่หลุดออกจากขั้วอิเล็กโทรด เป็นสัดส่วนโดยตรงกับปริมาณของกระแสไฟฟ้า

การหาค่าเลขอาโวกาโดรโดยวิธีไฟฟ้าเคมีใช้เครื่องมือดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ชุดทดลองทางไฟฟ้าเคมี

ค่าเลขอาโวกาโดรจากวิธีไฟฟ้าเคมีสามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

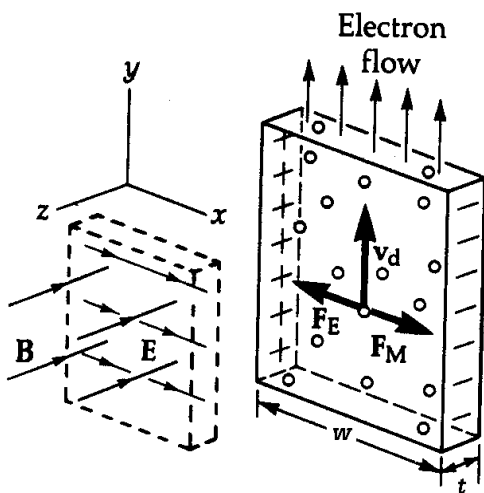
$$N_A = \frac{ItM}{nme} \quad (1)$$

เมื่อ I เป็นกระแส (A), t เป็นเวลาที่ใช้ทดลอง (s), M เป็นมวลอะตอมของโลหะที่เป็นขั้วอิเล็กโทรด (g mole^{-1}), n เป็นจำนวนของอิเล็กตรอนในครึ่งปฏิกิริยา (Half-reaction, e / atom), m เป็นมวลของขั้วแคโทดที่เพิ่มขึ้นหลังทำปฏิกิริยา (g) และ e คือ ประจุของอิเล็กตรอน

ในทางฟิสิกส์ ความสำคัญของปรากฏการณ์ฮอลล์ คือ ใช้ในการหาความหนาแน่นของพาหะนำประจุ สภาพความนำไฟฟ้า และสภาพคล่องของพาหะนำประจุในสารกึ่งตัวนำและโลหะ ในรายงานฉบับนี้จะเสนอการหาค่าเลขอาโวกาโดรจากปรากฏการณ์ฮอลล์ของโลหะ

2. ทฤษฎีพื้นฐานของปรากฏการณ์ฮอลล์

จากรูปที่ 2 สมมติว่ามีชิ้นสารที่มีลักษณะเป็นแผ่นบางยาว มีความหนาสม่ำเสมอ t และกว้าง w มีกระแส I ไหลผ่านจากด้านบนลงมาทางด้านล่าง ชิ้นสารนี้ถูกนำไปวางให้พื้นที่ของแผ่นสารตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก B ถ้าพาหะนำประจุในชิ้นสารเป็นอิเล็กตรอนแล้ว การเคลื่อนที่ของมันจะตรงข้ามกับทิศของกระแส และแรงจากสนามแม่เหล็กกระทำกับอิเล็กตรอน



รูปที่ 2 แรงกระทำกับประจุที่เคลื่อนที่ในแผ่นตัวนำบางที่วางในสนามแม่เหล็ก

โดยที่แรง $\vec{F}_M = q\vec{v}_d \times \vec{B}$ มีทิศชี้ไปทางขวามือ [เมื่อ $\vec{v}_d$ คือความเร็วลอยเลื่อน (Drift velocity) ของอิเล็กตรอน] แรงนี้จะทำให้แนวทางเดินของอิเล็กตรอนเบนไปทางขวามือ เป็นเหตุให้ด้านนี้มีศักย์เป็นลบ ส่วนด้านตรงข้ามจะมีศักย์เป็นบวก จึงเกิดความต่างศักย์ขึ้นระหว่างแถบด้านข้างของชิ้นสารตัวอย่าง และเรียกความต่างศักย์นี้ว่า ความต่างศักย์ฮอลล์ (Hall potential difference หรือ Hall Voltage) ซึ่งจะมีค่าเป็น

$$V_H = Ew \quad (2)$$

โดยที่ E คือสนามไฟฟ้าในแนวขวางดังรูปที่ 2 ในสภาวะสมดุลแรงลอเรนซ์ที่กระทำกับอิเล็กตรอนจะเท่ากับศูนย์

$$q\vec{E} + q\vec{v}_d \times \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\text{หรือ} \quad \vec{E} = -\vec{v}_d \times \vec{B} \quad (4)$$

เพราะว่า $\vec{v}_d$ และ $\vec{B}$ ตั้งฉากกัน ดังนั้น

$$E = v_d B \quad (5)$$

ขนาดของความเร็วลอยเลื่อนคือ

$$v_d = \frac{J}{ne} \quad (6)$$

เมื่อ J เป็นความหนาแน่นกระแส n เป็นความหนาแน่นของพาหะ และ e เป็นขนาดประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอน

ถ้าชิ้นสารมีความหนาเท่ากับ t และพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ wt แล้ว ความหนาแน่นกระแสคือ

$$J = \frac{I}{wt} \quad (7)$$

จากสมการ(2),(5),(6)และ (7) จะเขียนความต่างศักย์ฮอลล์ได้เป็น

$$V_H = \frac{IB}{net} \quad (8)$$

$$\text{หรือ} \quad V_H = R_H \frac{IB}{t} \quad (9)$$

เมื่อ $R_H = 1/ne$ เรียกว่า สัมประสิทธิ์ฮอลล์ (Hall coefficient)

3. ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ฮอลล์กับ

ค่าเลขอาโวกาโดร [5-6]

โดยการใช้โลหะตัวอย่างที่ทราบความหนาแน่น d_m และจำนวนของวาเลนซ์อิเล็กตรอน z แล้ว จะสามารถหาความหนาแน่นของอิเล็กตรอน n ได้จาก

$$n = z \frac{N}{V} \quad (10)$$

เมื่อ N คือ จำนวนอะตอมในชิ้นสารตัวอย่าง

V คือ ปริมาตรของชิ้นสารตัวอย่าง

จากนิยามของความหนาแน่น $d_m = M/V$ เมื่อ A คือ มวลโมลาร์ และ M คือ มวลของชิ้นสารตัวอย่าง เพราะฉะนั้น จากสมการ (10) จะกลายเป็น

$$n = z \frac{N}{M} d_m \quad (11)$$

เนื่องจาก M/N คือ มวลของอะตอมเดียวในชิ้นสารตัวอย่าง ซึ่งเท่ากับ A/N_A เมื่อ A คือมวลโมลาร์ และ N_A คือ เลขอาโวกาโดร เพราะฉะนั้น n จะหาได้จาก

$$n = z \frac{d_m}{A} N_A \quad (12)$$

โดยการแทนค่า n จากสมการ(12) ลงในสมการ (8) จะได้

$$R_H = \frac{V_H t}{IB} = \frac{A}{N_A e z d_m} \quad (13)$$

สมการ(13) เมื่อเรทราบค่าจำนวนวาเลนซ์ อิเล็กตรอน ความหนาแน่น มวลโมลาร์และความหนาของโลหะแล้ว โดยการวัดความต่างศักย์ฮอลล์ เมื่อทราบค่าสนามแม่เหล็ก จะทำให้หาค่าเลขอาโวกาโดรได้ และควรทำการทดลองกับโลหะหลายชนิดเพื่อที่ได้ค่าเฉลี่ยของเลขอาโวกาโดร

4. การทดลองและผลการทดลอง

จากสมการ (13) เมื่อจัดรูปใหม่

$$V_H = \frac{AIB}{N_A e z d_m t} \quad (14)$$

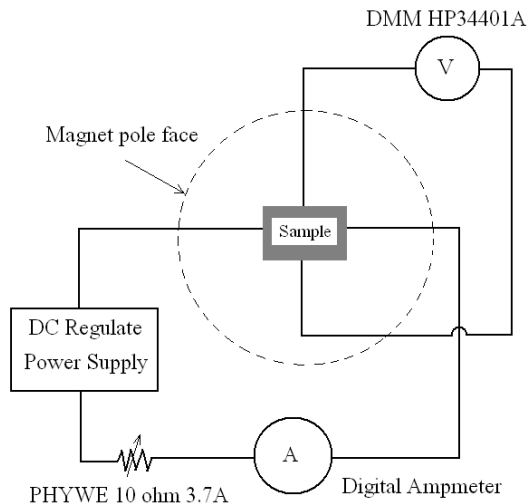
ในรายงานนี้ใช้ชิ้น โลหะตัวอย่างขนาดประมาณ 1.0×1.5 cm. และลวดทองแดงเป็นขั้วไฟฟ้า โดยติดขั้วทั้งสี่กับโลหะตัวอย่างด้วยกาวเงินนำไปวางในสนามแม่เหล็กคงที่ ซึ่งเป็นแม่เหล็กถาวร (มีขนาดระหว่าง 75-79 mT ขึ้นกับระยะห่าง) เมื่อเขียน

กราฟระหว่างกระแสกับความต่างศักย์ฮอลล์จะได้กราฟเส้นตรง โดยความชันของกราฟคือ

$$\text{slope} = \frac{AB}{N_A e z d_m t} \quad (14)$$

เพราะฉะนั้น ค่าเลขอาโวกาโดร จะหาได้จาก

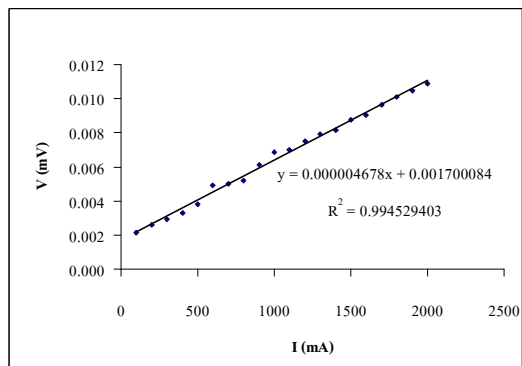
$$N_A = \frac{AB}{\text{slope}(e z d_m t)} \quad (15)$$



รูปที่ 3 การจัดชุดทดลอง

ค่าของสนามแม่เหล็กวัดด้วย Digital Gauss/Tesla meter, F.W Bell, Model 4048

สำหรับตัวอย่างผลการวัดความต่างศักย์ฮอลล์ของตะกั่วที่ค่ากระแสต่างๆ แสดงได้ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสกับความต่างศักย์ฮอลล์ของตะกั่วตัวอย่าง

ชั้นตะกั่วตัวอย่างมีความหนา 0.774 มม. และสนามแม่เหล็กมีขนาด 75.8 mT เมื่อคำนวณด้วยสมการ(15) จะได้ค่าเลขอาโวกาโดรเท่ากับ $5.98 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

ตารางผลการทดลอง

โลหะ	t (mm)	$B^{(1)}$	$slope$	$N_A^{(2)}$
Pb	0.774	75.8	4.7×10^{-6}	5.98
Al	1.390	78.5	2×10^{-6}	5.87
Cu	0.241	75.8	2×10^{-5}	6.94
Zn	0.647	78.5	6×10^{-6}	5.79
Sn	0.932	75.8	4×10^{-6}	5.48

หมายเหตุ: (1) หน่วย มิลลิเทสลา (2) $\times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

5. สรุปผล

รายงานฉบับนี้มุ่งเน้นที่จะนำเสนอวิธีการประยุกต์ปรากฏการณ์ฮอลล์ของโลหะเพื่อหาค่าเลขอาโวกาโดร เพื่อนำไปออกแบบการทดลองสำหรับนักศึกษาวิทยาศาสตร์สาขาฟิสิกส์ วิธีการที่นำเสนอนี้เป็นการทดลองที่สะอาด เพราะไม่ต้องใช้สารเคมี และได้ผลที่รับได้

ค่าเลขอาโวกาโดรที่ได้จากการทดลอง ตารางผลการทดลอง มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $6.012 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ซึ่งสอดคล้องเป็นอย่างดีกับมาตรฐานทั่วไปคือ $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ โดยมีเปอร์เซ็นต์คลาดเคลื่อน 0.13% และค่าเฉลี่ยของค่าคงที่ของฟาราเดย์คำนวณได้เท่ากับ $9.63 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ ในขณะที่ค่ามาตรฐานทั่วไป

คือ $9.71 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ และค่าที่หาได้จากวิธีนี้มีเปอร์เซ็นต์คลาดเคลื่อน 0.82%

จากผลลัพธ์ที่ได้จะเห็นว่าปรากฏการณ์ฮอลล์ของโลหะสามารถนำมาใช้ในการหาค่าเลขอาโวกาโดรได้โดยตรง หรือจะใช้การทดลองนี้ประมาณจำนวนของวาเลนซ์อิเล็กตรอนของโลหะได้เช่นกัน ซึ่งเป็นการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของแบบจำลองอิเล็กตรอนอิสระของโลหะตัวอย่างได้โดยตรง ทั้งนี้ชุดทดลองนี้สามารถจัดสร้างขึ้นได้ด้วยอุปกรณ์ที่หาได้ง่าย แต่ทั้งนี้ความแม่นยำและความถูกต้องของการวัดขึ้นอยู่กับปัจจัยหลักสองประการ คือ การวัดความหนาของชั้นตัวอย่างและการทำขั้วไฟฟ้า

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] <http://www.ias.ac.in/resonance/januaryissue/>
- [2] http://www.sussex.ac.uk/chemistry/documents/the_constant_of_avogadro.pdf.
- [3] http://en.wikipedia.org/wiki/Faraday_constant.
- [4] Ceyhun and Haragolge, *A fast and Simple Way for the Determination of Avogadro Number and Faraday Constant*, Journal of Turkish Science Education, Volume 1, Issue 2, December, 2004.
- [5] Ahmed Houari, *Useful pedagogical applications of the classical Hall effect*, Physics Education, Vol. 42(6), 2007.
- [6] Kittel C, *Introduction to Solid State Physics*, 5th edition, New York, Wiley, 1976.