

ความแกร่งของแผนภูมิควบคุมในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการสำหรับการแจกแจงแบบแกมมา

Robustness of Control Charts in the Change Detection of Process Mean for Gamma Distribution

ปาณิสรา สอนสุภาพ, อาภาพร รุ่งเรืองชัยบาดาล, ศรัณย์ ปัทมะสังข์
และจุฑาภรณ์ สินสมบุญทอง*

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตบางเขน

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Panisa Sornsuphap, Arpaporn Rungraungchaibadan, Sarun Puttamasung
and Juthaphorn Sinsomboonthong*

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University, Bangkhaen Campus,
Ladyao, Chatuchak, Bangkok 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความแกร่งของแผนภูมิควบคุม 3 แผนภูมิ ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$ -control chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเอกซ์โพเนนเชียล (EWMA control chart) และแผนภูมิควบคุมความแกร่งค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเอกซ์โพเนนเชียล (REWMA control chart) ในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์สเกล $\beta=1$ และพารามิเตอร์รูปร่าง $\alpha = 0.5, 4, 100$ โดยปัจจัยที่นำมาศึกษาคือขนาดตัวอย่าง (n) ในแต่ละกลุ่มย่อยเท่ากับ 4, 6, 8, 10 และ 20 ขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยกระบวนการ ($\delta\sigma$) เท่ากับ $0.2\sigma, 0.4\sigma, 0.6\sigma, 0.8\sigma, 1\sigma, 2\sigma$ และ 5σ จำนวนกลุ่มย่อยเท่ากับ 25 ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความแกร่งของแผนภูมิควบคุม คือ ค่าความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (average run lengths, ARL_1) โดยทำการจำลองข้อมูลซ้ำ 1,000 ครั้งด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ผลการวิจัยพบว่าในทุกระดับของค่า α เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นและ $\delta \leq 1$ ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย และแผนภูมิควบคุม REWMA จะมีแนวโน้มลดลงหรือกล่าวได้ว่ามีประสิทธิภาพดีขึ้นซึ่งโดยส่วนใหญ่แผนภูมิควบคุม REWMA จะมีความแกร่งหรือมีประสิทธิภาพดีที่สุดสถานการณ์ดังกล่าวนี้ นอกจากนี้ เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น $\delta > 1$ ในทุกระดับของค่า α และ n พบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ มีแนวโน้มตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้เร็วขึ้นและมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

คำสำคัญ : การแจกแจงแบบแกมมา; แผนภูมิควบคุม; แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย; ความยาววิ่งโดยเฉลี่ย

Abstract

The objective of this research is to compare the robustnesses of the three control charts – $\bar{X}$ -control chart, the exponentially weighted moving average control chart (EWMA control chart) and the robust exponentially weighted moving average control chart (REWMA control chart) – in the change detection of process mean when the data are gamma distributed with a scale parameter $\beta=1$ and a shape parameter $\alpha=0.5, 4$ and 100 . The studied factors consist of the sample size (n) which are $4, 6, 8, 10$ and 20 , the mean shifts ($\delta\sigma$) are set at $0.2\sigma, 0.4\sigma, 0.6\sigma, 0.8\sigma, 1\sigma, 2\sigma$ and 5σ , and a subgroup size which is 25 . The criterion is examined robustness in term of an average run length (ARL_1). A simulation study was conducted by Monte Carlo technique with $1,000$ repetitions. The results of this study are as follows: when the sample size (n) increases, the ARL_1 s of $\bar{X}$ -control chart and REWMA control chart tend to decrease or they have a high performance for all levels of the shape parameter α and $\delta \leq 1$. Especially, the REWMA control chart has a high robustness or a good performance in the change detection of process mean in this situation. In addition, the efficiencies of the three control charts seem to have no difference and detect abnormality of process mean faster for a large process mean shift ($\delta > 1$) and all levels of the sample size (n) whatever the value of the shape parameter α .

Keywords: gamma distribution; control chart; $\bar{X}$ -control chart; average run length

1. บทนำ

การควบคุมคุณภาพมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรม เนื่องจากในกระบวนการผลิตย่อมมีความผันแปรของคุณภาพสินค้าเกิดขึ้นได้ตลอดเวลา ซึ่งเมื่อมีความผันแปรของคุณภาพสินค้าเกิดขึ้น นั้นแสดงว่ากระบวนการผลิตอาจมีได้อยู่ภายใต้การควบคุม (out of control process) หรือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปจากที่ควรจะเป็น และอาจส่งผลกระทบต่อคุณภาพสินค้าและระบบการผลิตได้ ดังนั้นการควบคุมคุณภาพจึงถูกนำมาใช้ควบคุมความผันแปรของคุณภาพผลิตภัณฑ์และกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการการผลิต เพื่อควบคุมการผลิตให้อยู่ภายใต้การควบคุม (in control process) กระบวนการผลิตมีมาตรฐานผลิตภัณฑ์มีคุณภาพ มีความน่าเชื่อถือและเป็นที่พึง

พอใจต่อผู้บริโภค ซึ่งเครื่องมือที่จะช่วยวิเคราะห์คุณภาพทางสถิติ ได้แก่ ใบตรวจสอบ (check sheet) ฮิสโตแกรม (histogram) แผนภูมิพาเรโต (Pareto chart) แผนภาพสาเหตุและผลหรือแผนภาพก้างปลา (cause and effect diagram or fish bone diagram) แผนภาพความเข้มข้นของความบกพร่อง (defect concentration) แผนภาพการกระจาย (scatter diagram) และแผนภูมิควบคุม (control charts) [1]

แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยในการวิเคราะห์และตรวจสอบความผิดปกติของกระบวนการผลิต ช่วยให้เห็นสภาพความเป็นจริงของกระบวนการผลิตและเข้าใจได้ง่ายซึ่งความสามารถของแผนภูมิควบคุมต่างๆ ขึ้นอยู่กับความไว (sensitivity) ต่อการตรวจพบความผิดปกติของ

กระบวนการผลิต ในงานวิจัยนี้จะใช้ค่าจำนวนครั้งเฉลี่ย (average run lengths, ARL) เป็นเกณฑ์ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม ซึ่งค่า ARL คือจำนวนครั้งโดยเฉลี่ยของค่าสถิติจากตัวอย่างที่มีค่าอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะพบค่าสถิติออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกโดย ARL เป็นค่าวัดความสามารถของแผนภูมิควบคุมในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการผลิตซึ่งมี 2 ค่า คือ ARL_0 และ ARL_1 นั่นคือ ARL_0 ควรมีค่ามากเมื่อกระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม และ ARL_1 ควรมีค่าน้อยเมื่อกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุมจึงจะถือว่าแผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพดี

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$ -control chart) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเอกซ์โพเนนเชียล (exponentially weighted moving average control chart, EWMA control chart) [2] นั้นเป็นที่รู้จักและนิยมใช้กันในปัจจุบัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยคำนวณและเข้าใจง่าย ส่วนแผนภูมิควบคุม EWMA พบว่ามีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไปเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบทึบและแกมมา [3] นอกจากนี้ได้มีการนำทั้ง 2 แผนภูมินี้มาเปรียบเทียบกับแผนภูมิอื่น ๆ อีก เช่น ในงานวิจัยของนัชรญาณธรณ์ [4] ได้นำแผนภูมิควบคุม EWMA มาเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม CUSUM และแผนภูมิควบคุม synthetic โดยใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4, 5 และ 6 ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และ 6 ต่อมาในปี พ.ศ. 2553 ธรณินทร์ [5] ได้นำแผนภูมิควบคุม EWMA มาเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม RUNSUM, synthetic และ Fuzzy p-Chart โดยศึกษากรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

และ 10 พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างและขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยกระบวนการเพิ่มขึ้นจะทำให้แผนภูมิควบคุม EWMA ตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้ดีในช่วงขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยกระบวนการ ($\delta\sigma$) เท่ากับ 1.6σ ถึง 2.0σ

นอกจากนี้พินดา [6] ได้นำแผนภูมิควบคุมไม่อิงพารามิเตอร์ EWMA ที่ใช้เครื่องหมายมาเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยโดยใช้ทั้งการจำลองข้อมูลและใช้กับข้อมูลจริงพบว่าแผนภูมิควบคุมแบบไม่อิงพารามิเตอร์ EWMA มีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดในทุกระดับของขนาดตัวอย่างส่วนอีกหนึ่งแผนภูมิที่ Khoo และ Sim [7] ค้นพบว่ามีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการผลิตได้ดีเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการเพียงเล็กน้อยคือแผนภูมิควบคุมความแกร่งค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเอกซ์โพเนนเชียล (robust exponentially weighted moving average control chart, REWMA control chart) โดยแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด ที่กล่าวมาในข้างต้นคือแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม REWMA เหมาะกับลักษณะข้อมูลคุณภาพที่มีการแจกแจงแบบปกติซึ่งแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยจะให้น้ำหนักความสำคัญกับข้อมูลชุดล่าสุดเท่านั้นโดยไม่สนใจข้อมูลชุดก่อนหน้านี้ที่เก็บรวบรวมมาได้ ในขณะที่แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม REWMA จะให้น้ำหนักกับข้อมูลทุกชุดที่เก็บรวบรวมมาได้โดยจะให้น้ำหนักความสำคัญกับข้อมูลชุดล่าสุดมากที่สุดและให้น้ำหนักสำหรับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ในช่วงเวลาก่อนหน้านี้ลดลงเรื่อย ๆ โดยผลรวมของน้ำหนักจะมีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อเก็บข้อมูลมาหลายช่วงเวลาซึ่งมากพอหรือจำนวนกลุ่มย่อยมาก [2] ในความเป็นจริงข้อมูลที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตมีบ่อยครั้งที่พบว่าข้อมูลคุณภาพมีการแจกแจงไม่

เป็นแบบปกติโดยอาจมีการแจกแจงแบบแกมมา เช่น ในการผลิตอุปกรณ์สำรองไฟ 1 ชุดนั้นระบบการทำงาน ของอุปกรณ์ดังกล่าวนี้จะประกอบไปด้วย 2 ชิ้นส่วน โดยสมมติว่าอายุการใช้งานของแต่ละชิ้นส่วนต่างมีการ แจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียลด้วยพารามิเตอร์ β และทั้งสองชิ้นส่วนมีการต่อวงจรไฟฟ้าแบบขนานกัน ดังนั้นอายุการใช้งานของชิ้นส่วนทั้งสองชิ้นนี้เป็นอิสระ กันและมีการแจกแจงเหมือนกัน โดยหลักการทำงานของ ระบบอุปกรณ์สำรองไฟชนิดนี้คือ ให้ชิ้นส่วนที่ 1 เปิดใช้งานในขณะที่ชิ้นส่วนที่ 2 ปิดการใช้งาน แต่ถ้า ชิ้นส่วนที่ 1 มีปัญหาทำงานล้มเหลว ชิ้นส่วนที่ 2 จึงจะ ถูกเปิดการใช้งานโดยอัตโนมัติ ดังนั้นอายุการใช้งาน ของระบบอุปกรณ์สำรองไฟดังกล่าวนี้จึงมีการแจกแจง แบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์รูปร่าง $\alpha = 2$ และ พารามิเตอร์สเกลเท่ากับ β หรือกล่าวได้ว่าอายุเฉลี่ยที่ ระบบอุปกรณ์สำรองไฟดังกล่าวนี้จะทำงานล้มเหลวมี ค่าเป็น $\mu = 2\beta$ ซึ่งในกระบวนการควบคุมคุณภาพ ส่วนใหญ่มักนิยมใช้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยกัน ค่อนข้างมากเนื่องจากเป็นแผนภูมิที่เข้าใจง่ายและ คำนวณง่าย แต่แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยนี้ถูกสร้างขึ้นมา ภายใตสมมติฐานว่าข้อมูลต้องมีการแจกแจงแบบปกติ

อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยต้องการศึกษาว่าถ้าเราฝ่า ฟืนข้อสมมติดังกล่าวโดยลองเอาข้อมูลคุณภาพที่มีการ แจกแจงแบบแกมมาไปใช้กับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม REWMA แล้วแผนภูมิดังกล่าวนี้จะยังคงมีประสิทธิภาพในการ ตรวจจับความผิดปกติของกระบวนการได้ดีหรือไม่ เนื่องจากในทางปฏิบัติบางครั้งเรามักเอาข้อมูลคุณภาพ ไปวิเคราะห์โดยที่ไม่ได้ตรวจสอบสมมติฐานของการ แจกแจงของข้อมูลก่อนโดยคิดว่าข้อมูลในระบบการ ผลิตมีการแจกแจงแบบปกติเหมือนเช่นเคย แต่ถ้า ณ เวลานั้นกระบวนการผลิตเริ่มออกนอกการควบคุม ซึ่งมี โอกาสเป็นไปได้ที่ข้อมูลอาจจะมีการแจกแจงแบบ

อื่น ๆ เช่นการแจกแจงแบบแกมมา หรือเราอาจจะ ทราบอยู่แล้วว่าข้อมูลคุณภาพที่ศึกษามีการแจกแจง แบบแกมมาแต่ต้องการใช้แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด ดังกล่าวข้างต้นในการตรวจจับความผิดปกติของ กระบวนการ จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย แผนภูมิ ควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม REWMA สำหรับ ข้อมูลคุณภาพที่มีการแจกแจงแบบแกมมาด้วย พารามิเตอร์รูปร่าง (α) แตกต่างกันจากค่าน้อยไปหามาก [8,9] โดย Wilks [10] กล่าวว่า การแจกแจงแบบ แกมมาจะมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ เมื่อพารามิเตอร์รูปร่างมีค่ามากหรือ α มีค่าประมาณ 50 ขึ้นไป เพื่อพิจารณาว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด จะยังคงมีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติ ของกระบวนการได้ดีหรือไม่ โดยในงานวิจัยนี้ได้ เลือกใช้ค่า ARL_1 เป็นตัวเปรียบเทียบประสิทธิภาพ เนื่องจากสถานการณ์ที่ศึกษาเป็นกรณีกระบวนการ ผลิตอยู่นอกการควบคุม ซึ่งผลการวิจัยในครั้งนี้จะทำให้ ผู้สนใจสามารถเลือกใช้แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมกับ การใช้งานและก่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดเมื่อข้อมูลใน กระบวนการผลิตอาจไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติใน แต่ละสถานการณ์ได้

2. วิธีการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในด้าน ความแกร่งของแผนภูมิควบคุมคุณภาพเมื่อข้อมูลมีการ แจกแจงแบบแกมมา โดยเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$ -control chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก เอกซ์โพเนนเชียล (EWMA control chart) และ แผนภูมิควบคุมความแกร่งค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก เอกซ์โพเนนเชียล (REWMA control chart) โดยมี ขั้นตอนการวิจัย ดังต่อไปนี้

2.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์รูปร่าง α และ พารามิเตอร์สเกล β ของการแจกแจงแบบแกมมา 3 กรณี คือ

2.1.1 กรณี $\alpha = 0.5$ และ $\beta = 1$

2.1.2 กรณี $\alpha = 4$ และ $\beta = 1$

2.1.3 กรณี $\alpha = 100$ และ $\beta = 1$

ซึ่งเป็นการกำหนดพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงแบบแกมมามาตรฐาน (standard gamma distribution) [9,10] โดยการแจกแจงแบบแกมมาจะเข้าสู่การแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย $\mu = \alpha\beta$ และความแปรปรวน $\sigma^2 = \alpha\beta^2$ เมื่อ α มีค่ามากซึ่งในงานวิจัยของ Wilks [10] กล่าวว่า α มีค่าประมาณ 50 ขึ้นไป

โดยฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบแกมมา คือ

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} & \text{เมื่อ } x > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ เป็นค่าอื่น} \end{cases}$$

2.2 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์ (α, β) เป็น $(0.5, 1)$, $(4, 1)$ และ $(100, 1)$ โดยใช้โปรแกรม SAS 9.3 จำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ โดยกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของกระบวนการคือ $\mu_0 = \alpha\beta$ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการคือ $\sigma = \sqrt{\alpha\beta^2}$

2.3 สุ่มตัวอย่างจากประชากรในขั้นตอนที่ 2.2 ด้วยขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 4, 6, 8, 10 และ 20 โดยกำหนดจำนวนชุดตัวอย่าง (l) เท่ากับ 25

2.4 เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุมกำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยที่เปลี่ยนแปลงไปจากค่าเฉลี่ยของกระบวนการ $(\delta\sigma)$ เท่ากับ 0.2σ ,

0.4σ , 0.6σ , 0.8σ , 1σ , 2σ และ 5σ โดยนำข้อมูลจากขั้นตอนที่ 2.3 มาสร้างข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยของกระบวนการเปลี่ยนแปลงไปดังนี้ $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$

2.5 λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักระหว่างข้อมูลปัจจุบันและอนุกรมของข้อมูลในอดีตสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA และ REWMA ซึ่ง $0 < \lambda \leq 1$

2.6 แผนภูมิควบคุมที่ใช้ในงานวิจัยมีดังต่อไปนี้

2.6.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$ -control chart)

ค่าสถิติที่ใช้พล็อตลงในแผนภูมิควบคุม

$$\text{ค่าเฉลี่ย คือ } \bar{\bar{X}}_i = \frac{\sum_{j=1}^n \bar{x}_{ij}}{n}$$

โดย $\bar{x}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของกลุ่มย่อยที่ i โดย $i = 1, 2, \dots, l$

x_{ij} คือ ค่าข้อมูลตัวอย่างที่ j ของกลุ่มย่อยที่ i

โดย $j = 1, 2, \dots, n$ และ $i = 1, 2, \dots, l$

n คือ ขนาดตัวอย่างของกลุ่มย่อยที่ i โดย $i = 1, 2, \dots, l$

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเป็นดังนี้

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน คือ } UCL = \mu_0 + L \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{ขีดจำกัดกลาง คือ } CL = \mu_0$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง คือ } LCL = \mu_0 - L \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

โดย L คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม

μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคุณภาพของกระบวนการ

ถ้า $\bar{x}_i$ มีค่ามากกว่า UCL หรือน้อยกว่า LCL แล้วจะถือว่ากระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม [2]

2.6.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเอกซ์โพเนนเชียล (exponentially weight

moving average control chart, EWMA control chart)

แผนภูมิควบคุม EWMA เป็นแผนภูมิที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลล่าสุดมากที่สุดและให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตน้อยลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้นจะให้น้ำหนักกับค่าเฉลี่ยตัวอย่างชุดล่าสุดเป็นค่า λ ให้น้ำหนักค่าถัดไปลดลงเรื่อย ๆ ด้วยค่าน้ำหนัก $\lambda(1-\lambda)^k$ เมื่อ $k = 1, 2, \dots, l$ เช่นกำหนด $\lambda = 0.05$ แสดงว่าน้ำหนักของค่าเฉลี่ยชุดล่าสุดเป็น 0.05 ส่วนน้ำหนักของค่าเฉลี่ยชุดถัดไปจะลดลงไปเรื่อย ๆ เป็น 0.0475, 0.0451, 0.0429, 0.0407, 0.0387, ... เป็นต้น [2]

ค่าสถิติที่ใช้พล็อตลงในแผนภูมิควบคุม EWMA คือ

$$z_i = \lambda \bar{x}_i + (1-\lambda)z_{i-1} \text{ เมื่อ } i = 1, 2, \dots, l$$

โดย λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักระหว่างข้อมูลปัจจุบันและอนุกรมของข้อมูลในอดีต ซึ่ง $0 < \lambda \leq 1$ ในที่นี้กำหนดให้เท่ากับ 0.05 เนื่องจากเป็นค่าที่เหมาะสมสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA [11]

$\bar{x}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่างของกลุ่มย่อยที่ i โดย $i = 1, 2, \dots, l$

z_i คือ อนุกรมของข้อมูลในอดีตโดยมีค่าเริ่มต้น คือ $z_0 = \mu_0$

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA เป็นดังนี้

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน คือ } UCL = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$\text{ขีดจำกัดกลาง คือ } CL = \mu_0$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง คือ } LCL = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

โดย μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคุณภาพของประชากร

L คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม

ถ้า z_i มีค่ามากกว่า UCL หรือน้อยกว่า LCL จะถือว่ากระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม [2]

2.6.3 แผนภูมิควบคุมความแปรปรวนค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเอกซ์โพเนนเชียล (robust exponentially weight moving average control chart, REWMA control chart)

แผนภูมิควบคุม REWMA เป็นแผนภูมิควบคุมที่สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้ดีเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการเพียงเล็กน้อย

ค่าสถิติที่ใช้พล็อตลงในแผนภูมิควบคุม REWMA คือ

$$w_t = \lambda \bar{x}_t + (1-\lambda)w_{t-1} \text{ เมื่อ } t = 1, 2, \dots, l$$

โดย λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักคงที่ ซึ่ง $0 < \lambda \leq 1$ ในที่นี้กำหนดให้เท่ากับ 0.05 เนื่องจากเป็นค่าที่เหมาะสมสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA [11]

$\bar{x}_t$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง t

w_{t-1} คือ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างที่ $t-1$ โดย

$$w_0 = \mu_0$$

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม REWMA เป็นดังนี้

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบน คือ } UCL = \mu_0 + 3\frac{IQR}{d_2^*\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$\text{ขีดจำกัดกลาง คือ } CL = \mu_0$$

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมล่าง คือ } LCL = \mu_0 - 3\frac{IQR}{d_2^*\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

โดย μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

d_2^* คือ ค่าคงที่ใด ๆ ซึ่งเปิดจากตาราง [7]

λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักคงที่ ซึ่ง $0 < \lambda \leq 1$

n คือ ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มย่อย

IQR คือ Interquartile Range โดยที่ $IQR = Q_3 - Q_1$ เมื่อ Q_1 และ Q_3 คือค่าควอไทล์ที่ 1 และ 3 ของข้อมูลตามลำดับ

ถ้า w_t มีค่ามากกว่า UCL หรือน้อยกว่า LCL จะถือว่ากระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม [7]

2.7 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิโดยใช้ค่าความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (ARL_1)

กำหนดให้ q คือ ความน่าจะเป็นที่แต่ละครั้งแผนภูมิควบคุมตรวจไม่พบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต แต่ในความเป็นจริงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปแล้ว เมื่อพิจารณาว่ากระบวนการมีการเปลี่ยนแปลง แล้วจำนวนตัวอย่าง $r-1$ ชุด ไม่สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงจนกระทั่งชุดตัวอย่างที่ r จึงสามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงได้ จะได้ว่า $f(r) = q^{r-1}(1-q)$ โดย $r=1, 2, \dots$ และ $0 < q < 1$ และจำนวนเฉลี่ยของจุดที่ตกอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะตกรอกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกเมื่อกระบวนการผลิตเริ่มเปลี่ยนไปจากเดิม คือ $ARL_1 = E(R) = \sum_{r=1}^{\infty} r f(r) = \sum_{r=1}^{\infty} r q^{r-1} (1-q) = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{p}$ เมื่อ p คือ ความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเมื่อความเป็นจริงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปแล้ว

เกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม คือ แผนภูมิที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำเป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด

3. ผลการวิจัย

ตารางที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย และแผนภูมิควบคุม REWMA จะมีแนวโน้มลดลงหรือกล่าวได้ว่ามีประสิทธิภาพดีขึ้นในทุกระดับของค่าพารามิเตอร์ α

และ $\delta \leq 1$ โดยส่วนใหญ่พบว่าแผนภูมิควบคุม REWMA จะยังคงมีความแข็งแกร่งหรือมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อ $\delta \leq 1$ ในทุกระดับของค่าพารามิเตอร์ α และขนาดตัวอย่าง n โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงน้อย ($\delta < 1$) และขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อยมากกว่า 4 แผนภูมิควบคุม REWMA จะมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมชนิดอื่นค่อนข้างชัดเจน สำหรับกรณีที่ $\delta = 1$ และ $n=20$ พบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและแผนภูมิควบคุม REWMA มีประสิทธิภาพดีหรือมีความแข็งแกร่งใกล้เคียงกันในทุกระดับของค่าพารามิเตอร์ α แต่เมื่อ $\delta \geq 2$ หรือกล่าวได้ว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิจะมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

4. วิจัย

แผนภูมิควบคุม REWMA ส่วนใหญ่จะมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไปซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Khoo and Sim [7]

ตารางที่ 1 พบว่าแผนภูมิ EWMA ส่วนใหญ่มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไปในระดับ 0.6σ ถึง 1σ และขนาดตัวอย่าง $n \leq 10$ ในทุกระดับของค่าพารามิเตอร์รูปร่าง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของกิตยาการ [3] แต่เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น (ซึ่งในงานวิจัยนี้คือกรณีที่ $\delta \geq 2$) พบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิมีแนวโน้มตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้เร็วขึ้นและมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของธณินทร์ [5] และ Khoo and Sim [7]

ตารางที่ 1 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม REWMA สำหรับทุกขนาดตัวอย่างและในทุกระดับของ δ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α แตกต่างกันและ $\beta = 1$

δ	α	แผนภูมิควบคุม	n				
			4	6	8	10	20
0.2	0.5	$\bar{X}$	42.7350*	44.9640	41.1184	39.8724	32.3415
		EWMA	8333.3333	6250.0000	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞
		REWMA	462.9630	4.0970*	6.8644*	2.4431*	1.7221*
	4	$\bar{X}$	85.3242*	88.9680	72.4638*	64.2674	45.8716
		EWMA	3571.4286	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞
		REWMA	ใกล้ ∞	18.9970*	75.0751	6.5669*	3.3499*
	100	$\bar{X}$	138.1215*	120.7729	96.1538*	84.4595	50.4032
		EWMA	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞	ใกล้ ∞
		REWMA	ใกล้ ∞	19.1865*	114.6789	6.9175*	3.6433*
0.4	0.5	$\bar{X}$	26.5393	23.7417	19.3050	17.1468	8.5470
		EWMA	56.6893	157.2327	265.9574	568.1818	ใกล้ ∞
		REWMA	18.1422*	1.5016*	1.6539*	1.2891*	1.1880*
	4	$\bar{X}$	42.9553*	33.3778	24.4379	21.4041	8.8936
		EWMA	64.7668	173.6111	316.4557	862.0690	ใกล้ ∞
		REWMA	1923.0769	2.2659*	3.1702*	1.6119*	1.3675*
	100	$\bar{X}$	54.4662*	41.2541	28.9687	21.4408	8.6896
		EWMA	68.6813	155.2795	301.2048	500.0000	8333.3333
		REWMA	ใกล้ ∞	2.3807*	3.4148*	1.6363*	1.3931*
0.6	0.5	$\bar{X}$	16.7224	13.1027	9.5529	7.6453	2.9812
		EWMA	5.2334	6.0096	5.8234	6.1989	6.3597
		REWMA	3.1071*	1.2360*	1.2907*	1.1503*	1.1014*
	4	$\bar{X}$	21.4961	14.6800	9.8270	7.5256	2.7933
		EWMA	5.3844*	5.9680	5.7234	6.1155	6.2189
		REWMA	48.8281	1.4530*	1.6135*	1.2811*	1.1873*
	100	$\bar{X}$	24.5821	14.9165	9.9088	7.0781	2.6613
		EWMA	5.0628*	5.2687	5.3203	5.5469	6.0154
		REWMA	97.2763	1.4852*	1.6453*	1.2918*	1.2000*
0.8	0.5	$\bar{X}$	10.6338	7.2548	4.9068	3.6380	1.4462
		EWMA	2.1476	2.1589	2.1251	2.1181	2.0973
		REWMA	1.7874*	1.1473*	1.1831*	1.0973*	1.0656*
	4	$\bar{X}$	11.3688	6.9735	4.5446	3.3126	1.4126
		EWMA	2.2095*	2.1576	2.1487	2.1422	2.1108

ตารางที่ 1 (ต่อ)

δ	α	แผนภูมิควบคุม	n				
			4	6	8	10	20
0.8	4	REWMA	5.1335	1.2672*	1.3454*	1.1766*	1.1214*
	100	$\bar{\bar{x}}$	11.8147	6.6667	4.2546	3.1395	1.4017
		EWMA	2.1505*	2.1233	2.0929	2.0980	2.0851
		REWMA	6.6050	1.2908*	1.3655*	1.1863*	1.1307*
1	0.5	$\bar{\bar{x}}$	6.7531	4.1508	2.7112	1.9971	1.0519**
		EWMA	1.6273	1.6232	1.6224	1.6162	1.6101
		REWMA	1.4792*	1.1050*	1.1301*	1.0683*	1.0441**
	4	$\bar{\bar{x}}$	6.5240	3.6862	2.4536	1.8580	1.0679**
		EWMA	1.6413*	1.6341	1.6283	1.6242	1.6179
		REWMA	2.3605	1.1871*	1.2370*	1.1251*	1.0880**
	100	$\bar{\bar{x}}$	6.2112	3.4545	2.3005	1.7805	1.0755**
		EWMA	1.6327*	1.6205	1.6126	1.6086	1.6093
		REWMA	2.5534	1.2030*	1.2503*	1.1332*	1.0932**
2	0.5	$\bar{\bar{x}}$	1.1333**	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**
		EWMA	1.1830**	1.1847**	1.1832**	1.1840**	1.1858**
		REWMA	1.1498**	1.0385**	1.0421**	1.0225**	1.0003**
	4	$\bar{\bar{x}}$	1.1816**	1.0167**	1.0004**	1.0000**	1.0000**
		EWMA	1.1865**	1.1844**	1.1841**	1.1852**	1.1876**
		REWMA	1.2813**	1.0669**	1.0854**	1.0421**	1.0392**
	100	$\bar{\bar{x}}$	1.1888**	1.0268**	1.0028**	1.0003**	1.0000**
		EWMA	1.1860**	1.1865**	1.1834**	1.1841**	1.1870**
		REWMA	1.3041**	1.0738**	1.0896**	1.0434**	1.0408**
5	0.5	$\bar{\bar{x}}$	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**
		EWMA	1.0417**	1.0417**	1.0417**	1.0417**	1.0417**
		REWMA	1.0414**	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**
	4	$\bar{\bar{x}}$	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**
		EWMA	1.0417**	1.0417**	1.0417**	1.0417**	1.0417**
		REWMA	1.0802**	1.0000**	1.0064**	1.0000**	1.0000**
	100	$\bar{\bar{x}}$	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**	1.0000**
		EWMA	1.0419**	1.0417**	1.0417**	1.0417**	1.0417**
		REWMA	1.0854**	1.0006**	1.0149**	1.0000**	1.0000**

หมายเหตุ : โกลั ∞ หมายถึง ไม่มีค่าสถิติของตัวอย่างสุ่มที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุม

* หมายถึง แผนภูมิควบคุมที่มีค่า ARL_1 ต่ำที่สุด (พิจารณาตามคอลัมน์ในแต่ละสถานการณ์)

** หมายถึง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน (พิจารณาตามคอลัมน์ในแต่ละสถานการณ์)

ตารางที่ 2 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับสถานการณ์ต่าง ๆ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α แตกต่างกันและ $\beta = 1$

α	ขนาดตัวอย่าง (n)	δ						
		0.2	0.4	0.6	0.8	1	2	5
0.5	4	$\bar{X}$	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	6	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	8	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	10	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	20	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	$\bar{X}$, REWMA	ALL	ALL
4	4	$\bar{X}$	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	ALL	ALL
	6	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	8	$\bar{X}$	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	10	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	20	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	$\bar{X}$, REWMA	ALL	ALL
100	4	$\bar{X}$	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	ALL	ALL
	6	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	8	$\bar{X}$	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	10	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	ALL	ALL
	20	REWMA	REWMA	REWMA	REWMA	$\bar{X}$, REWMA	ALL	ALL

หมายเหตุ : ALL คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม REWMA

5. สรุป

เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย และแผนภูมิควบคุม REWMA จะลดลงหรือกล่าวได้ว่ามีประสิทธิภาพดีขึ้น

ตารางที่ 2 พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไป 0.2σ ถึง 1σ ส่วนใหญ่แผนภูมิควบคุม REWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุด

นอกจากนี้ เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น พบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ มีแนวโน้มตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้เร็วขึ้นและมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกันจึงสามารถเลือกใช้แผนภูมิชนิดใดก็ได้

6. ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

6.1 สามารถใช้การแจกแจงอื่นมาทดสอบความ

แกร่งของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ เช่น การแจกแจงไวบูลล์

6.2 ข้อมูลที่ใช้ทดสอบในงานวิจัยนี้เป็นเพียง

ค่าที่ได้จากการสุ่มข้อมูลเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบแกมมาด้วยพารามิเตอร์รูปร่างต่างๆกันซึ่งไม่ได้เป็นการแจกแจงแบบปกติแต่ถ้าหากมีการแปลงข้อมูลให้เป็นการแจกแจงแบบปกติก่อนอาจทำให้ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมดีกว่านี้

6.3 ควรมีการศึกษาเปรียบเทียบความแกร่ง

ของแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ นอกเหนือจากนี้ต่อไป เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ปรับน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียลที่ตอบสนองอย่างรวดเร็ว (FIR-EWMA control chart) [12]

7. รายการอ้างอิง

- [1] จุฑาภรณ์ สันสมบุรณ์ทอง, 2554, การควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ, พิมพ์ครั้งที่ 1, จามจุรีโปรดักท์, กรุงเทพฯ.
- [2] Montgomery, D.C., 2009, Introduction to Statistical Quality Control, 6th Ed., John Wiley & sons, Inc., New York.
- [3] กิตยาการ อิศรางกูร ณ อยุธยา, 2544, การเปรียบเทียบความแปรปรวนระหว่างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียลชีวฮาร์ทและซินเทติกในกรณีข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติ, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, กรุงเทพฯ.
- [4] นัชรินาภรณ์ กองทรัพย์, 2548, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- [5] ธรณินทร์ สัจจวิริยทรัพย์, 2553, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมคุณภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
- [6] พนิดา เกตุชาติ, 2554, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ท $\bar{X}$ และแผนภูมิควบคุมไม่อิงพารามิเตอร์ EWMA ที่ใช้เครื่องหมาย, ปัญหาพิเศษปริญญาตรี, มหาวิทยาลัยบูรพา, ชลบุรี.
- [7] Khoo, M.B.C. and Sim, S.Y., 2006, A robust exponentially weight moving average control chart for process mean, J. Mod. Appl. Stat. Meth. 5: 464-474.
- [8] จุฑาภรณ์ สันสมบุรณ์ทอง, 2554, สถิติเชิงคณิตศาสตร์ I, พิมพ์ครั้งที่ 1, จามจุรีโปรดักท์, กรุงเทพฯ.
- [9] Johnson, N.L., Kotz, S. and Balakrishnan, N., 1994, Continuous Univariate Distributions, 2nd Ed., John Wiley & sons, Inc, New York.
- [10] Wilks, D.S., 1991, Gamma Distribution Probability Tables for Use in Climatology, Cornell University, New York.
- [11] Jyh, J.H.S. and Ya, C.H., 2005, Robustness of the EWMA control chart to non-normality for autocorrelated processes, Qual. Technol. Quant. Manag. 2: 125-146.
- [12] Steiner, S.H., 1999, EWMA control charts with time-varying control limits and fast initial response, J. Qual. Technol. 1: 75-86.