การเปรียบเทียบสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์สำหรับการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก

A Comparison of Nonparametric Statistic for Testing the Mean Difference between Two Independent Populations with Small Sample Sizes

อาภา วงศ์จินดา*, อภิญญา หิรัญวงษ์ และบุญอ้อม โฉมที

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Arpha Vongjinda*, Apinya Hirunwong and Boonorm Chomtee

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University,

Ladyao, Chatuchak, Bangkok 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์สำหรับการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน 3 วิธี คือ สถิติ Wilcoxon rank sum สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler และสถิติ Brunner and Munzel โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.05 กำหนดข้อมูลประชากรให้มีการแจกแจงแบบแกมมาและไวบูลล์เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก (n_1,n_2) เท่ากับ (10,10), (15,15), (20,20) และ (25,25) จำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยวิธีมอนติคาร์โล โดยใช้ภาษาโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 และทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์จำนวน 1,000 รอบ ผลการศึกษาพบว่าสถิติทดสอบ 3 วิธี สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ เมื่อข้อมูลประชากรมีการแจกแจงแบบแกมมา เกือบทุกสถานการณ์ สถิติ Brunner and Munzel มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด และเมื่อข้อมูลประชากรมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ เกือบทุกสถานการณ์ สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler มีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด ส่วนสถิติ Wilcoxon rank sum มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำสุด

คำสำคัญ : สถิติ Wilcoxon rank sum; สถิติ Brunner and Munzel; สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler; ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1; อำนาจการทดสอบ

***ผู้รับผิดชอบบทความ :** mod_eimm@hotmail.com

DOI 10.14456/tstj.2015.17

Abstract

The objective of this research is to compare the 3 methods of nonparametric statistics for testing the mean difference between two independent populations: Wilcoxon rank sum test, Baumgartner-Wei β-Schindler test and Brunner and Munzel test. The methods are compared by considering the ability to control the probability of type I error at 0.05 level of significance and power of the test. The populations have Gamma and Weibull distributions with the small sample sizes (n_1,n_2): (10,10), (15,15), (20,20) and (25,25). The Monte Carlo technique is used to simulated data with 1,000 repetitions for each situation by using programming language R 3.0.1. The results of the study are as follows: all of the methods can control probability of type I error for all cases. Brunner and Munzel test has the highest power of the test for almost of the cases when the population has the Gamma distribution. When the population is the Weibull distribution, Baumgartner-Wei β-Schindler test has the highest power of the test for almost of the cases. Wilcoxon rank sum test has the lowest power of the test.

Keywords: Wilcoxon rank sum test; Brunner and Munzel test; Baumgartner-Wei β-Schindler test; probability of type I error; power of the test

1. บทนำ

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างประชากรสองกลุ่ม เช่น การเปรียบเทียบผลผลิตทางการเกษตรที่ได้จากพืชต่างสายพันธุ์กัน การทดสอบดังกล่าวมีสถิติทดสอบหลายตัวให้เลือกใช้ตามความเหมาะสมสำหรับวัตถุประสงค์และข้อมูลที่มีอยู่ ถ้าสองกลุ่มตัวอย่างถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ การทดสอบสมมติฐานอาจทำโดยการใช้สถิติทดสอบ z หรือสถิติทดสอบ t ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากร โดยที่สถิติทดสอบที่ขึ้นอยู่กับการแจกแจงหรือพารามิเตอร์ของการแจกแจงนั้นเรียกว่าสถิติทดสอบอิงพารามิเตอร์ (parametric statistic) แต่ในทางปฏิบัติบ่อยครั้งพบว่าข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์นั้น ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติทดสอบ t ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์อาจมีการแจกแจงของประชากรเบี่ยงเบนไปจากการแจกแจงแบบปกติ ถ้าผู้วิจัยยังคงใช้สถิติทดสอบ t อาจส่งผลให้ข้อสรุปผิดพลาดได้ เพื่อแก้ปัญหานี้ สถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ (non-parametric statistic) จึงเป็นทางเลือกหนึ่งที่นักวิจัยหลายท่านให้ความสนใจ

สถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์สำหรับใช้ศึกษาเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม มีหลายวิธี โดยมีผู้ศึกษาไว้หลายท่าน ในปี ค.ศ. 2000 Brunner และ Munzel [1] เสนอสถิติ Brunner and Munzel ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่ใช้สำหรับการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม ซึ่งเหมาะสำหรับข้อมูลที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน ข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น และขนาดตัวอย่างเล็ก (n_1,$n_2 \leq 10$) ต่อมา ค.ศ. 2004 Neuhäuser และ Senske [2] ได้ศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบ 3 วิธี คือ สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler สถิติ Wilcoxon rank sum และสถิติ Fisher-Pitman permutation พบว่าเมื่อ

ข้อมูลมีการแจกแจงแบบไม่สมมาตร สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler มีค่าอำนาจการทดสอบมากกว่าสถิติทดสอบอื่นๆ ต่อมาปี ค.ศ. 2009 Fagerland และ Sandvik [3] ได้ศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบ 5 วิธี คือ สถิติ two sample T สถิติ Welch U สถิติ Yuen-Welch สถิติ Wilcoxon-Mann-Whitney และสถิติ Brunner-Munzel ซึ่งผลการศึกษาพบว่าสถิติทดสอบแต่ละวิธีเหมาะสำหรับสถานการณ์ที่แตกต่างกันไป และในปีเดียวกันนี้ Neuhäuser [4] ได้ศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบ 2 วิธี คือ สถิติ Brunner and Munzel และสถิติ Wilcoxon rank sum พบว่าสถิติ Brunner and Munzel สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีกว่า ในปี พ.ศ. 2553 นพดล [5] ได้ศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ 3 วิธี คือ สถิติ Brunner and Munzel สถิติ Bootstrap Brunner and Munzel และสถิติ Bootstrap Rank Welch เมื่อความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน ผลการศึกษาพบว่าสถิติทดสอบโดยสถิติ Bootstrap Rank Welch ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด แต่ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ และสถิติ Brunner and Munzel ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกับสถิติ Bootstrap Rank Welch และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทุกกรณี ส่วนสถิติ Bootstrap Brunner and Munzel ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ และยังให้ค่าอำนาจการทดสอบต่ำสุดด้วย

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน 3 วิธี คือ สถิติ Wilcoxon rank sum สถิติ Brunner and Munzel และสถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบด้วยค่าอำนาจการทดสอบ สำหรับการแจกแจงที่เลือกใช้ในการศึกษานี้ได้แก่ การแจกแจงแบบแกมมาและแบบไวบูลล์ เนื่องจากการแจกแจงดังกล่าว เป็นการแจกแจงที่ถูกใช้มากด้านวิศวกรรม ด้านคณิตศาสตร์ประกันภัย และด้านการแพทย์ เช่น ระยะเวลาการแพร่ระบาดของโรค หรือระยะเวลาที่รอดชีวิตของผู้ป่วยจากการได้รับการรักษาทางการแพทย์ เป็นต้น

2. วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม ที่อิสระกัน

3. เกณฑ์ที่ใช้ในการศึกษา

3.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 โดยใช้การทดสอบทวินาม (binomial test) ซึ่งสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{\alpha_* - \alpha_0}{\sqrt{\frac{\alpha_0(1-\alpha_0)}{n}}}$$

โดยที่ α_* แทนค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่ได้จากการทดลอง α_0 แทนระดับนัยสำคัญที่กำหนด และ n แทนจำนวนครั้งที่ทำการทดลอง

กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ Z เท่ากับ 0.05 ดังนั้น สถิติทดสอบจะสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ เมื่อ $Z_{\frac{0.05}{2}} \le Z \le Z_{1-\frac{0.05}{2}}$

$$-1.96 \le \frac{\alpha_* - 0.05}{\sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{1,000}}} \le 1.96$$

$$0.007 \le \alpha_* \le 0.093$$

ดังนั้น เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ (α_0) เท่ากับ 0.05 สถิติทดสอบใดที่คำนวณค่า α_* อยู่ในช่วง [0.007, 0.093] แสดงว่าสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

3.2 การเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ ถ้าค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบใดมีค่ามากที่สุด แสดงว่าสถิติทดสอบนั้นมีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

4. วิธีการวิจัย

4.1 การจำลองข้อมูลในการวิจัย

4.1.1 สร้างข้อมูลประชากรให้ตรงตามสถานการณ์ที่กำหนดในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์สำหรับคำนวณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

การแจกแจง	การคำนวณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1				การคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ							
	สัดส่วนค่าเฉลี่ย เท่ากับ 1:1				สัดส่วนค่าเฉลี่ย เท่ากับ 1.5:1				สัดส่วนค่าเฉลี่ย เท่ากับ 2:1			
	กลุ่มที่ 1		กลุ่มที่2		กลุ่มที่ 1		กลุ่มที่2		กลุ่มที่ 1		กลุ่มที่2	
แกมมา	γ_1	β_1	γ_2	β_2	γ_1	β_1	γ_2	β_2	γ_1	β_1	γ_2	β_2
	1	1,2,3,4	1	1,2,3,4	1.5	1,2,3,4	1	1,2,3,4	2	1,2,3,4	1	1,2,3,4
	2	1,2,3,4	2	1,2,3,4	3	1,2,3,4	2	1,2,3,4	4	1,2,3,4	2	1,2,3,4
	3	1,2,3,4	3	1,2,3,4	4.5	1,2,3,4	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	3	1,2,3,4
	4	1,2,3,4	4	1,2,3,4	6	1,2,3,4	4	1,2,3,4	8	1,2,3,4	4	1,2,3,4
ไวบูลล์	κ_1	λ_1	κ_2	λ_2	κ_1	λ_1	κ_2	λ_2	κ_1	λ_1	κ_2	λ_2
	1.5	1,2,3	1.5	1,2,3	1.5	1.5,3,4.5	1.5	1,2,3	1.5	2,4,6	1.5	1,2,3
	2	1,2,3	2	1,2,3	2	1.5,3,4.5	2	1,2,3	2	2,4,6	2	1,2,3
	3	1,2,3	3	1,2,3	3	1.5,3,4.5	3	1,2,3	3	2,4,6	3	1,2,3
	4	1,2,3	4	1,2,3	4	1.5,3,4.5	4	1,2,3	4	2,4,6	4	1,2,3
	5	1,2,3	5	1,2,3	5	1.5,3,4.5	5	1,2,3	5	2,4,6	5	1,2,3

โดยที่ : สำหรับการแจกแจงแบบแกมมา γ คือ พารามิเตอร์รูปร่าง และ β คือ พารามิเตอร์อัตราส่วน
สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ κ คือ พารามิเตอร์รูปร่าง และ λ คือ พารามิเตอร์อัตราส่วน

4.1.2 สุ่มตัวอย่างข้อมูล 2 กลุ่ม ขนาด (n_1,n_2) เท่ากับ (10,10), (15,15), (20,20) และ (25,25) จากประชากรที่สร้างไว้ในข้อ 4.1.1 เพื่อนำมาคำนวณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

4.1.3 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) เท่ากับ

0.05

4.1.4 กำหนดจำนวนรอบของการสุ่มตัวอย่างและคำนวณค่าสถิติทดสอบเท่ากับ 1,000 ครั้ง

4.2 การคำนวณความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

4.2.1 นำข้อมูลตัวอย่างที่สุ่มในข้อ 1.2 ที่ใช้สำหรับการคำนวณความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ไปทดสอบสมมติฐานซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

สมมติฐานของการทดลอง H_0 : ค่าเฉลี่ยของข้อมูลทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน และ H_1 : ค่าเฉลี่ยของข้อมูลทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน

กำหนดลักษณะการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ให้เป็นไปตามสมมติฐานหลัก (H_0) นั่นคือมีการกำหนดให้สัดส่วนของค่าเฉลี่ยของทั้ง 2 กลุ่มเท่ากัน

คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี ดังต่อไปนี้

(1) สถิติ Wilcoxon rank sum (W) ซึ่งมีข้อกำหนดดังนี้ Gibbons และ Chakraborti (2010) [6] ตัวอย่างถูกสุ่มจากประชากรที่เป็นอิสระจากกัน และประชากรทั้ง 2 กลุ่ม มีลักษณะการแจกแจงที่ใกล้เคียงกัน การทดสอบมีวิธีการ คือ ขั้นที่ 1 นำข้อมูลตัวอย่างสุ่มจากทั้ง 2 กลุ่มประชากร ซึ่งมีขนาด n_1 และ n_2 ตามลำดับมาเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก ขั้นที่ 2 กำหนดให้ข้อมูลที่น้อยที่สุดเป็นอันดับที่ 1 เรียงจนถึงลำดับที่ N โดยที่ $N = n_1 + n_2$ และขั้นที่ 3 ให้ W เป็นผลรวมของลำดับของข้อมูลกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1

นำค่า W แปลงเป็น Z score โดยใช้สูตร $Z = \frac{W-\mu_W}{\sigma_W}$ เมื่อ μ_W แทนค่าเฉลี่ยของ W โดย $\mu_W = \frac{n_1(N+1)}{2}$ เมื่อ σ_W แทนค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของ W ดังนั้น $\sigma_W = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (N+1)}{12}}$ แล้วนำค่าสถิติ Z ที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่เปิดจากตาราง Z ถ้าค่าสถิติที่คำนวณได้ ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด จะปฏิเสธ H_0

(2) สถิติ Brunner and Munzel (BM) ซึ่งดัดแปลงมาจากสถิติ Wilcoxon Rank Sum ใช้สำหรับทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม คำนวณสถิติทดสอบได้ดังต่อไปนี้

$$W_{BM} = \frac{(\bar{M}_Y - \bar{M}_X)}{(n_1+n_2)\sqrt{\frac{SB_X^2}{n_1 n_2^2} + \frac{SB_Y^2}{n_1^2 n_2}}}$$

โดยที่ $SB_X^2 = \frac{1}{n_1-1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(M_X^i - V_X^i - \bar{M}_X + \frac{n_1+1}{2}\right)^2$

$$SB_Y^2 = \frac{1}{n_2-1}\sum_{j=1}^{n_2}\left(M_Y^i - V_Y^j - \bar{M}_Y + \frac{n_2+1}{2}\right)^2$$

$$d.f. = \frac{\left(\frac{SB_X^2}{n_2} + \frac{SB_Y^2}{n_1}\right)^2}{\left(\frac{SB_X^4}{n_2^2(n_1-1)} + \frac{SB_Y^4}{n_1^2(n_2-1)}\right)}$$; ปัดเป็นจำนวนเต็มเพื่อเปิดตาราง t เมื่อ $\bar{M}_X$, $\bar{M}_Y$ แทนค่าเฉลี่ยของลำดับของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ n_1, n_2 แทนขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ M_X^i แทนลำดับของตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 1 เมื่อนำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่ม มาเรียงลำดับ M_Y^j แทนลำดับของตัวอย่างที่ j ของกลุ่มที่ 2 เมื่อนำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่ม มาเรียงลำดับ V_X^i แทนลำดับของตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 1 เมื่อนำข้อมูลกลุ่มที่ 1 มาเรียงลำดับ V_Y^j แทนลำดับของตัวอย่างที่ j ของกลุ่มที่ 2 เมื่อนำข้อมูลกลุ่มที่ 2 มาเรียงลำดับ SB_X^2, SB_Y^2 แทนความแปรปรวนของลำดับของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ 2

ตามลำดับ โดยเกณฑ์การปฏิเสธสมมติฐานหลักคือ ผลต่างค่าเฉลี่ยของตัวอย่างที่สุ่มมาอย่างอิสระทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน เมื่อค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า $-t_{(\frac{\alpha}{2},d.f.)}$ หรือมากกว่า $t_{(\frac{\alpha}{2},d.f.)}$

(3) สถิติ Baumgartner-Weiβ-Schindler (BW) เป็นสถิติทดสอบที่ใช้สำหรับทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม ที่ไม่มีเงื่อนไขเกี่ยวกับการแจกแจงแบบปกติและความแปรปรวนเท่ากัน คำนวณสถิติทดสอบได้ดังนี้ $B = \frac{1}{2}\left(B_X + B_Y\right)$ โดยที่

$$B_X = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}\frac{\left(R_i - \frac{n_1+n_2}{n_1}\times i\right)^2}{\frac{i}{n_1+1}\times\left(1-\frac{i}{n_1+1}\right)\times\frac{n_2(n_1+n_2)}{n_1}}$$

$$B_Y = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{n_2}\frac{\left(H_j - \frac{n_1+n_2}{n_1}\times j\right)^2}{\frac{j}{n_2+1}\times\left(1-\frac{j}{n_2+1}\right)\times\frac{n_1(n_1+n_2)}{n_2}}$$

เมื่อ R_i แทนลำดับร่วมของค่าสังเกตในกลุ่มที่ 1 โดย $R_1 < ... < R_{n_1}$, H_j แทนลำดับร่วมของค่าสังเกตในกลุ่มที่ 2 โดย $H_1 < ... < H_{n_2}$, n_1, n_2 แทนขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

เกณฑ์การปฏิเสธสมมติฐานหลักคือ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อ $|B| \geq b_\alpha$ โดย b_α คำนวณจาก $\Pr(\max|B| > b_\alpha) < \alpha_0$

4.2.2 คำนวณซ้ำในข้อ 4.2.1 จำนวน 1,000 ครั้ง และเมื่อครบ 1,000 ครั้ง นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง หารด้วยจำนวนครั้งของการทดลอง 1,000 ครั้ง จะได้ความน่าจะเป็นที่ได้จากการทดลองนี้ (α_*) โดยที่ถ้าสถิติทดสอบใดที่คำนวณค่า α_* อยู่ในช่วง [0.007, 0.093] แสดงว่าสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

4.3 การคำนวณค่าอำนาจการทดสอบ

4.3.1 นำข้อมูลตัวอย่างสุ่ม ที่ใช้สำหรับการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบไปทดสอบสมมติฐาน โดยที่กำหนดลักษณะการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ให้เป็นไปตามสมมติฐานรอง (H_1) นั่นคือ กำหนดให้สัดส่วนของค่าเฉลี่ยของทั้ง 2 กลุ่ม แตกต่างกัน กระทำซ้ำกันจำนวน 1,000 ครั้ง คำนวณค่าประมาณอำนาจการทดสอบ โดยการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานรองเป็นจริง หารด้วยจำนวนครั้งของการทดลอง 1,000 ครั้ง

4.3.2 เปรียบเทียบค่าประมาณอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบ

5. ผลการวิจัยและวิจารณ์

5.1 ผลการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากร 2 กลุ่ม ด้วยสถิติทดสอบ 3 วิธี โดยใช้ภาษาโปรแกรม R เวอร์ชัน 3.0.1 ในการจำลองข้อมูลและคำนวณค่า ได้ผลการวิจัยดังนี้

เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบแกมมา ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1 : 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่าสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ในทุกสถานการณ์ ดังแสดงในตารางที่ 2

ค่าอำนาจการทดสอบ เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1.5 : 1 พบว่าส่วนมากสถิติ Brunner and Munzel (BM) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด โดยมีค่าตั้งแต่ 0.169-0.916 ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10,10) เมื่อพารามิเตอร์รูปร่างของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 (γ_1:γ_2)

เท่ากับ 6 : 4 ที่สถิติ Brunner and Munzel (BM) ไม่สามารถคำนวณค่าอำนาจการทดสอบได้เนื่องจากว่าเมื่อกำหนดค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 แตกต่างกัน มีการสุ่มพบข้อมูลประชากรที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า SB_X^2, SB_Y^2 มีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งในกรณีนี้ สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler (BW) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด

เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 2 : 1 พบว่าสถิติ Brunner and Munzel (BM) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดเป็นส่วนใหญ่ โดยมีค่าตั้งแต่ 0.536-1.000 ยกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10,10) เมื่อพารามิเตอร์รูปร่างของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 (γ_1:γ_2) เท่ากับ 4 : 2, 6 : 3 และ 8 : 4 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ (15,15) เมื่อ (γ_1:γ_2) เท่ากับ 8 : 4 ที่สถิติ Brunner and Munzel (BM) ไม่สามารถคำนวณค่าอำนาจการทดสอบได้ ซึ่งในกรณีนี้ สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler (BW) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด ดังแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 2 ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบแกมมา (เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1 : 1)

กลุ่ม 1		กลุ่ม 2		(n_1,n_2)											
				(10,10)			(15,15)			(20,20)			(25,25)		
γ_1	β_1	γ_2	β_2	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW
1	1	1	1	0.017	0.027	0.023	0.027	0.032	0.028	0.028	0.031	0.029	0.029	0.033	0.034
	2		2	0.017	0.027	0.023	0.027	0.032	0.028	0.028	0.031	0.029	0.029	0.033	0.034
	3		3	0.017	0.027	0.023	0.027	0.032	0.028	0.028	0.031	0.029	0.029	0.033	0.034
	4		4	0.017	0.027	0.023	0.027	0.032	0.028	0.028	0.031	0.029	0.029	0.033	0.034
2	1	2	1	0.014	0.024	0.019	0.022	0.028	0.022	0.024	0.026	0.026	0.030	0.030	0.026
	2		2	0.014	0.024	0.019	0.022	0.028	0.022	0.024	0.026	0.026	0.030	0.030	0.026
	3		3	0.014	0.024	0.019	0.022	0.028	0.022	0.024	0.026	0.026	0.030	0.030	0.026
	4		4	0.014	0.024	0.019	0.022	0.028	0.022	0.024	0.026	0.026	0.030	0.030	0.026
3	1	3	1	0.024	0.030	0.030	0.027	0.036	0.027	0.029	0.030	0.032	0.019	0.020	0.018
	2		2	0.024	0.030	0.030	0.027	0.036	0.027	0.029	0.030	0.032	0.019	0.020	0.018
	3		3	0.024	0.030	0.030	0.027	0.036	0.027	0.029	0.030	0.032	0.019	0.020	0.018
	4		4	0.024	0.030	0.030	0.027	0.036	0.027	0.029	0.030	0.032	0.019	0.020	0.018
4	1	4	1	0.014	0.025	0.019	0.027	0.035	0.028	0.017	0.020	0.018	0.030	0.031	0.035
	2		2	0.014	0.025	0.019	0.027	0.035	0.028	0.017	0.020	0.018	0.030	0.031	0.035
	3		3	0.014	0.025	0.019	0.027	0.035	0.028	0.017	0.020	0.018	0.030	0.031	0.035
	4		4	0.014	0.025	0.019	0.027	0.035	0.028	0.017	0.020	0.018	0.030	0.031	0.035

ตารางที่ 3 ค่าอำนาจการทดสอบเมื่อประชากรการแจกแจงแบบแกมมา

สัดส่วนค่าเฉลี่ย	กลุ่ม 1		กลุ่ม 2		(n_1,n_2)											
					(10,10)			(15,15)			(20,20)			(25,25)		
	γ_1	β_1	γ_2	β_2	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW
1.5 : 1	1.5	1	1	1	0.142	**0.169**	0.147	0.221	**0.242**	0.233	0.323	**0.336**	0.314	0.376	**0.387**	0.374
		2		2	0.142	**0.169**	0.147	0.221	**0.242**	0.233	0.323	**0.336**	0.314	0.376	**0.387**	0.374
		3		3	0.142	**0.169**	0.147	0.221	**0.242**	0.233	0.323	**0.336**	0.314	0.376	**0.387**	0.374
		4		4	0.142	**0.169**	0.147	0.221	**0.242**	0.233	0.323	**0.336**	0.314	0.376	**0.387**	0.374
	3	1	2	1	0.358	**0.411**	0.355	0.407	**0.434**	0.412	0.560	**0.575**	0.539	0.649	**0.670**	0.648
		2		2	0.358	**0.411**	0.355	0.407	**0.434**	0.412	0.560	**0.575**	0.539	0.649	**0.670**	0.648
		3		3	0.358	**0.411**	0.355	0.407	**0.434**	0.412	0.560	**0.575**	0.539	0.649	**0.670**	0.648
		4		4	0.358	**0.411**	0.355	0.407	**0.434**	0.412	0.560	**0.575**	0.539	0.649	**0.670**	0.648
	4.5	1	3	1	0.358	**0.411**	0.355	0.564	**0.592**	0.577	0.726	**0.739**	0.701	0.841	**0.847**	0.831
		2		2	0.358	**0.411**	0.355	0.564	**0.592**	0.577	0.726	**0.739**	0.701	0.841	**0.847**	0.831
		3		3	0.358	**0.411**	0.355	0.564	**0.592**	0.577	0.726	**0.739**	0.701	0.841	**0.847**	0.831
		4		4	0.358	**0.411**	0.355	0.564	**0.592**	0.577	0.726	**0.739**	0.701	0.841	**0.847**	0.831
	6	1	4	1	0.425	-	**0.432**	0.637	**0.674**	0.624	0.822	**0.827**	0.808	0.913	**0.916**	0.899
		2		2	0.425	-	**0.432**	0.637	**0.674**	0.624	0.822	**0.827**	0.808	0.913	**0.916**	0.899
		3		3	0.425	-	**0.432**	0.637	**0.674**	0.624	0.822	**0.827**	0.808	0.913	**0.916**	0.899
		4		4	0.425	-	**0.432**	0.637	**0.674**	0.624	0.822	**0.827**	0.808	0.913	**0.916**	0.899
2 : 1	2	1	1	1	0.475	**0.536**	0.470	0.677	**0.709**	0.673	0.843	**0.846**	0.827	0.908	0.915	0.900
		2		2	0.475	**0.536**	0.470	0.677	**0.709**	0.673	0.843	**0.846**	0.827	0.908	0.915	0.900
		3		3	0.475	**0.536**	0.470	0.677	**0.709**	0.673	0.843	**0.846**	0.827	0.908	0.915	0.900
		4		4	0.475	**0.536**	0.470	0.677	**0.709**	0.673	0.843	**0.846**	0.827	0.908	0.915	0.900
	4	1	2	1	0.743	-	**0.746**	0.915	**0.931**	0.904	0.983	**0.986**	0.967	0.996	0.998	0.996
		2		2	0.743	-	**0.746**	0.915	**0.931**	0.904	0.983	**0.986**	0.967	0.996	0.998	0.996
		3		3	0.743	-	**0.746**	0.915	**0.931**	0.904	0.983	**0.986**	0.967	0.996	0.998	0.996
		4		4	0.743	-	**0.746**	0.915	**0.931**	0.904	0.983	**0.986**	0.967	0.996	0.998	0.996
	6	1	3	1	0.856	-	**0.853**	0.971	**0.981**	0.975	**0.998**	**0.998**	0.997	**1.000**	**1.000**	**1.000**
		2		2	0.856	-	**0.853**	0.971	**0.981**	0.975	**0.998**	**0.998**	0.997	**1.000**	**1.000**	**1.000**
		3		3	0.856	-	**0.853**	0.971	**0.981**	0.975	**0.998**	**0.998**	0.997	**1.000**	**1.000**	**1.000**
		4		4	0.856	-	**0.853**	0.971	**0.981**	0.975	**0.998**	**0.998**	0.997	**1.000**	**1.000**	**1.000**
	8	1	4	1	0.936	-	**0.939**	**0.997**	-	**0.997**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
		2		2	0.936	-	**0.939**	**0.997**	-	**0.997**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
		3		3	0.936	-	**0.939**	**0.997**	-	**0.997**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
		4		4	0.936	-	**0.939**	**0.997**	-	**0.997**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**

หมายเหตุ : ตัวหนาหมายถึงค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด, - หมายถึงไม่สามารถคำนวณค่าสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลประชากรที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า SB_X^2 , SB_Y^2 ในสถิติ Brunner and Munzel มีค่าเท่ากับ 0

5.2 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบไวบูลล์

ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1 : 1 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่าสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ ในสถานการณ์ ดังแสดงในตารางที่ 4

ค่าอำนาจการทดสอบ เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1.5 : 1 พบว่าสถิติBaumgartner-Wei β-Schindler (BW) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดเป็นส่วนใหญ่ โดยมีค่าตั้งแต่ 0.169-1.000 และสถิติ Brunner and Munzel (BM) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด ในบางกรณียกเว้นกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ (10,10) และ (15,15) เมื่อพารามิเตอร์รูปร่างของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 (κ_1 : κ_2) เท่ากับ 3 : 3 ขึ้นไป สถิติ Brunner and Munzel (BM) ไม่สามารถคำนวณค่าอำนาจการทดสอบได้เนื่องจากว่า เมื่อกำหนดค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 แตกต่างกัน มีการสุ่มพบข้อมูลประชากรที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า SB_X^2, SB_Y^2 มีค่าเท่ากับ 0

เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 2 : 1 พบว่าสถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler (BW) มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดเป็นส่วนใหญ่ โดยมีค่าตั้งแต่ 0.453-1.000 และสถิติ Brunner and Munzel (BM) ไม่สามารถคำนวณค่าอำนาจการทดสอบได้เป็นส่วนใหญ่ ดังแสดงในตารางที่ 5

ตารางที่ 4 ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ (เมื่อกำหนดสัดส่วนค่าเฉลี่ยกลุ่มที 1 ต่อกลุ่มที่ 2 เท่ากับ 1 : 1)

กลุ่ม 1		กลุ่ม 2		(n_1,n_2)											
				(10,10)			(15,15)			(20,20)			(25,25)		
κ_1	λ_1	κ_2	λ_2	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW
1.5	1	1.5	1	0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
2		2		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
3		3		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
4		4		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
5		5		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
1.5	2	1.5	2	0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
2		2		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
3		3		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
4		4		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
5		5		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
1.5	3	1.5	3	0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
2		2		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
3		3		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
4		4		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025
5		5		0.020	0.027	0.021	0.019	0.027	0.021	0.028	0.030	0.031	0.025	0.025	0.025

ตารางที่ 6 ค่าอำนาจการทดสอบเมื่อประชากรการแจกแจงแบบไวบูลล์

สัดส่วนค่าเฉลี่ย	กลุ่ม 1		กลุ่ม 2		(n_1,n_2)											
					(10,10)			(15,15)			(20,20)			(25,25)		
	κ_1	λ_1	κ_2	λ_2	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW	W	BM	BW
1.5 : 1	1.5	1.5	1.5	1	0.152	**0.182**	0.169	0.262	**0.291**	0.274	0.341	**0.349**	0.346	0.439	**0.450**	0.446
	2		2		0.263	**0.297**	0.292	0.430	**0.458**	0.453	0.566	0.588	**0.589**	0.696	0.701	**0.718**
	3		3		0.547	-	**0.588**	0.776	0.792	**0.816**	0.898	0.897	**0.921**	0.959	0.958	**0.976**
	4		4		0.774	-	**0.819**	0.948	-	**0.970**	0.988	0.989	**0.994**	0.998	0.998	**1.000**
	5		5		0.911	-	**0.945**	0.993	-	**0.997**	0.999	0.999	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
	1.5	3	1.5	2	0.152	**0.182**	0.169	0.262	**0.291**	0.274	0.341	**0.349**	0.346	0.439	**0.450**	0.446
	2		2		0.263	**0.297**	0.292	0.430	**0.458**	0.453	0.566	0.588	**0.589**	0.696	0.701	**0.718**
	3		3		0.547	-	**0.588**	0.776	0.792	**0.816**	0.898	0.897	**0.921**	0.959	0.958	**0.976**
	4		4		0.774	-	**0.819**	0.948	-	**0.970**	0.988	0.989	**0.994**	0.998	0.998	**1.000**
	5		5		0.911	-	**0.945**	0.993	-	**0.997**	0.999	0.999	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
	1.5	4.5	1.5	3	0.152	**0.182**	0.169	0.262	**0.291**	0.274	0.341	**0.349**	0.346	0.439	**0.450**	0.446
	2		2		0.263	**0.297**	0.292	0.430	**0.458**	0.453	0.566	0.588	**0.589**	0.696	0.701	**0.718**
	3		3		0.547	-	**0.588**	0.776	0.792	**0.816**	0.898	0.897	**0.921**	0.959	0.958	**0.976**
	4		4		0.774	-	**0.819**	0.948	-	**0.970**	0.988	0.989	**0.994**	0.998	0.998	**1.000**
	5		5		0.911	-	**0.945**	0.993	-	**0.997**	0.999	0.999	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
2 : 1	1.5	2	1.5	1	0.419	-	**0.453**	0.644	0.672	**0.677**	0.786	0.793	**0.817**	0.888	0.889	**0.903**
	2		2		0.648	-	**0.689**	0.868	0.872	**0.896**	0.963	0.962	**0.976**	0.985	0.985	**0.992**
	3		3		0.926	-	**0.957**	0.995	-	**0.998**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
	4		4		0.993	-	**0.998**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**
	5		5		0.999	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**
	1.5	4	1.5	2	0.419	-	**0.453**	0.644	0.672	**0.677**	0.786	0.793	**0.817**	0.888	0.889	**0.903**
	2		2		0.648	-	**0.689**	0.868	0.872	**0.896**	0.963	0.962	**0.976**	0.985	0.985	**0.992**
	3		3		0.926	-	**0.957**	0.995	-	**0.998**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
	4		4		0.993	-	**0.998**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**
	5		5		0.999	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**
	1.5	6	1.5	3	0.419	-	**0.453**	0.644	0.672	**0.677**	0.786	0.793	**0.817**	0.888	0.889	**0.903**
	2		2		0.648	-	**0.689**	0.868	0.872	**0.896**	0.963	0.962	**0.976**	0.985	0.985	**0.992**
	3		3		0.926	-	**0.957**	0.995	-	**0.998**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	**1.000**	**1.000**
	4		4		0.993	-	**0.998**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**
	5		5		0.999	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**	**1.000**	-	**1.000**

หมายเหตุ : ตัวหนาหมายถึงค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด, - หมายถึงไม่สามารถคำนวณค่าสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลประชากรที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า SB_X^2 , SB_Y^2 ในสถิติ Brunner and Munzel มีค่าเท่ากับ 0

6. สรุป

เมื่อข้อมูลประชากรทั้ง 2 กลุ่ม มีการแจกแจงแบบแกมมาและไวบูลล์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ขนาดตัวอย่าง (n_1,n_2) เท่ากับ (10,10), (15,15), (20,20) และ (25,25) สถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้

เมื่อพิจารณาค่าอำนาจการทดสอบพบว่าเมื่อข้อมูลประชากรมีการแจกแจงแบบแกมมา สถิติทดสอบ Brunner and Munzel มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง (10,10) และ (15,15) ที่พารามิเตอร์รูปร่างของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 (γ_1:γ_2) เท่ากับ 6 : 4, 4 : 2, 6 : 3 และ 8 : 4 และเมื่อข้อมูลประชากรมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ สถิติ Baumgartner-Wei β-Schindler มีค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุดยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง (10,10) และ (15,15) ที่พารามิเตอร์รูปร่างของกลุ่มที่ 1 ต่อกลุ่มที่ 2 (κ_1:κ_2) เท่ากับ 1.5 : 1.5, 2 : 2 และขนาดตัวอย่าง (20,20) และ (25,25) ที่พารามิเตอร์ (κ_1:κ_2) เท่ากับ 1.5 : 1.5 ส่วนสถิติ Wilcoxon rank sum มีค่าอำนาจการทดสอบต่ำที่สุด

เมื่อพิจารณาจากการแจกแจง พบว่าค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 แตกต่างกันมากขึ้น หรือขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น หรือพารามิเตอร์รูปร่าง (γ_1:γ_2), (κ_1:κ_2) มีค่าสูงขึ้น แต่ค่าพารามิเตอร์อัตราส่วน (β_1:β_2) (λ_1:λ_2) ไม่มีผลต่อค่าอำนาจการทดสอบ

7. ข้อเสนอแนะ

7.1 ในการทำวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเฉพาะกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ผู้ที่สนใจศึกษาอาจศึกษาในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น

7.2 ผู้สนใจอาจเลือกศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบอื่น ๆ เช่น สถิติทดสอบ Welch U test สถิติทดสอบ Yuen-Welch test โดย Fagerland และ Sandvik

8. รายการอ้างอิง

[1] Brunner, E. and Munzel, U., 2000, The nonparametric Behrens-Fisher problem: Asymptotic theory and a small sample approximation, Biometrical J. 42: 17-25.

[2] Neuhäuser, M. and Senske, R., 2004, The Baumgartner-Wei β-Schindler test for the detection of differentially expressed genes in replicated microarray experiments, Bioinformatics 20: 3553-3564.

[3] Fagerland, M.V. and Sandvik, L., 2009, Performance of five two-sample location tests for skewed distributions with unequal variances, Contemp. Clin. Trials 30: 490-496.

[4] Neuhäuser, M., 2009, A nonparametric two-sample comparison for skewed data with unequal variances, J. Clin. Epidemiol. 63: 691-693.

[5] นพดล วันชนะชัย, 2553, การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ระหว่างประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, ปทุมธานี.

[6] Gibbons, J.D. and Chakraborti, S., 2010, Nonparametric Statistical Inference, 5th Ed., CRC Press, U.S.A.