การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม สำหรับจำนวนรอยตำหนิ

Efficiency Comparison of Control Charts for Number of Defects

มาริษา นาคใหม่*, จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง และธิดาพร ศุภภากร

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Marisa Nakmai*, Juthaphorn Sinsomboonthong and Thidaporn Supapakorn

Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University,

Ladyao, Chatuchak, Bangkok 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิ 4 ชนิด เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงไป ได้แก่ แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (Poisson CUSUM) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Poisson EWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียลสองครั้ง (Poisson DEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (Poisson DMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปัวซง โดยปัจจัยที่นำมาศึกษา คือ ความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 500 จำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ย (μ_0) เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม มีค่าตั้งแต่ 1, 3, 5, 7, 9, 10, 15 และ 20 จำนวนกลุ่มย่อย (g) เท่ากับ 100 และขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70 และ 0.90 ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือ ค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม (ARL_1) โดยจำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยวิธีมอนติคาร์โล และทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์จำนวน 1,000 รอบ ผลการศึกษาพบว่ากรณี $0.01 \le \delta \le 0.10$ สำหรับทุกค่า μ_0 แผนภูมิ Poisson CUSUM มีประสิทธิภาพดีที่สุด รองลงมาคือแผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson EWMA ซึ่งมีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน นอกจากนี้เมื่อ $0.30 \le \delta \le 0.90$ สำหรับทุกค่า μ_0 แผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

คำสำคัญ : การแจกแจงแบบปัวซง; ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ; แผนภูมิควบคุม; ค่าความยาววิ่งเฉลี่ย

***ผู้รับผิดชอบบทความ :** rivendell_a@hotmail.com

Abstract

The objective of this research is to compare the efficiencies of four control charts –the Poisson cumulative sum control chart (Poisson CUSUM), the Poisson exponentially weighted moving average control chart (Poisson EWMA), the Poisson double exponentially weighted moving average control chart (Poisson DEWMA) and the Poisson double moving average control chart (Poisson DMA)–when the data are poisson distributed. The studied factors consist of an in-control average run length (ARL_0) which is 500, the average number of defective items (μ_0) for in-control process which are 1, 3, 5, 7, 9, 10, 15 and 20, a subgroup size (g) which is 100, and the mean shifts (δ) which are 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70 and 0.90. In addition, the criterion used to examine efficiency is in term of an out-of- control average run length (ARL_1). A simulation study is conducted by Monte Carlo technique with 1,000 repetitions. The research result show that in case of $0.01 \le \delta \le 0.10,$ Poisson CUSUM has the best efficiency for all levels of μ_0 . The second best efficiencies are Poisson EWMA control chart and Poisson DEWMA control chart which seem to have slightly different efficiency in detecting shift of process mean. Moreover, the efficiencies of four control charts seem to be no difference in detecting mean shift for $0.30 \le \delta \le 0.90$ at all levels of μ_0 .

Keywords: Poisson distribution; process mean; control chart; average run length

1. บทนำ

กระบวนการผลิตเชิงอุตสาหกรรมย่อมมีโอกาสเกิดความผันแปรของกระบวนการผลิตได้เสมอ และเมื่อเกิดความผันแปรขึ้นมากแสดงว่ากระบวนการผลิตไม่อยู่ภายใต้การควบคุม หรืออาจกล่าวได้ว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไป การควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์จึงถือเป็นสิ่งสำคัญเนื่องจากเป็นการป้องกันมิให้ผลิตภัณฑ์ที่ผลิตมีข้อบกพร่องหรือเสียหายจากกระบวนการผลิต ในการควบคุมคุณภาพมีอยู่หลายวิธี ซึ่งการใช้แผนภูมิควบคุมถือเป็นวิธีหนึ่งที่ได้รับความนิยมอย่างกว้างขวางสำหรับการสังเกตและตรวจสอบความผิดปกติของกระบวนการผลิต เนื่องจากแผนภูมิควบคุมสามารถหาจุดบกพร่องเพื่อแก้ไขกระบวนการผลิต สามารถใช้ในการกำหนดมาตรฐานของผลิตภัณฑ์ และสามารถใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบความแปรปรวนของกระบวนการผลิตในช่วงเวลาที่ต่อเนื่องกัน แผนภูมิควบคุมสามารถจำแนกได้เป็น 2 ประเภท คือ ประเภทที่ 1 แผนภูมิควบคุมสำหรับตัวแปร (variable control chart) และประเภทที่ 2 แผนภูมิควบคุมสำหรับคุณลักษณะ (attribute control chart) แผนภูมิควบคุมดังกล่าวนี้มีความแตกต่างกันในการเลือกใช้ตามประเภทของลักษณะคุณภาพที่ต้องการควบคุม โดยข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจากกระบวนการผลิตซึ่งสามารถวัดหน่วยของผลิตภัณฑ์ได้ในเชิงปริมาณ เช่น ความยาว น้ำหนัก นั้นส่วนใหญ่จะเป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ (normal distribution) แต่สำหรับกระบวนการผลิตที่สามารถวัดหน่วยของผลิตภัณฑ์ได้ในเชิงคุณลักษณะ เช่น รอยตำหนิ นั้นการแจกแจงของจำนวนรอยตำหนิในพื้นที่หนึ่ง ๆ จะไม่ใช่การแจกแจงแบบปกติ นั่นคือ

เมื่อค่าสังเกตที่เก็บรวบรวมมาเป็นจำนวนรอยตำหนิดังกล่าว การแจกแจงที่เหมาะสมคือการแจกแจงแบบปัวซง (Poisson distribution)

การวิจัยนี้ได้ศึกษาแผนภูมิควบคุมสำหรับคุณลักษณะ (attribute control chart) เมื่อค่าสังเกตคือ จำนวนรอยตำหนิ ซึ่งแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิที่นิยมใช้กันมากแผนภูมิหนึ่ง คือ แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิหรือแผนภูมิซี (c-chart) เป็นแผนภูมิที่มีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่มีขนาดใหญ่ แต่ในทางปฏิบัติกระบวนการผลิตที่ต้องการนั้นควรมีความผันแปรน้อยที่สุด นั่นคือควรมีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อยถึงน้อยที่สุด ซึ่งต่อมาได้มีผู้คิดค้นและพัฒนาแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิอีกมากมาย ด้วยวัตถุประสงค์เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการตรวจสอบกระบวนการ และลดความผิดพลาดของการตรวจสอบให้น้อยที่สุด โดยในปี ค.ศ. 1985 Lucas [1] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปัวซง (Poisson cumulative sum control chart, Poisson CUSUM) จากนั้นในปี ค.ศ. 1997 White และคณะ [2] ได้เปรียบเทียบแผนภูมิ Poisson CUSUM กับแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ (c-chart) พบว่าแผนภูมิ Poisson CUSUM มีประสิทธิภาพในการตรวจจับความผิดปกติของกระบวนการได้ดีกว่า ต่อมาในปี ค.ศ. 1998 Borror และคณะ [3] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียลสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปัวซง (Poisson exponentially weighted moving average control chart, Poisson EWMA) แล้วนำมาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ (c-chart) ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิ Poisson EWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ (c-chart) และในปี ค.ศ. 2003 Zhang และคณะ [4] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียลสองครั้งสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปัวซง (Poisson double exponentially weighted moving cverage control chart, Poisson DEWMA) ซึ่งเป็นแผนภูมิที่ถูกพัฒนามาจากแผนภูมิ Poisson EWMA จากนั้นเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิ Poisson EWMA โดยใช้ค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (average run length, ARL) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความยาววิ่ง (standard deviation of run length, SDRL) เป็นเกณฑ์ในการวัดประสิทธิภาพ ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิ Poisson DEWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิ Poisson EWMA นอกจากแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว ยังมีแผนภูมิที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต คือนำเอาข้อมูลตลอดช่วงเวลาของการเก็บข้อมูลมาใช้ประกอบการตัดสินใจ โดยในปี ค.ศ. 2008 Khoo และ Wong [5] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (double moving average control chart, DMA) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average control chart, MA) แผนภูมิ EWMA และแผนภูมิ CUSUM ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแผนภูมิ DMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่มีขนาดเล็กได้ดี

เนื่องจากมีแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิหลายชนิดที่มีผู้พัฒนาขึ้นมาเพื่อให้มีประสิทธิภาพในการตรวจสอบความผิดปกติของกระบวนการผลิตได้ดีในสถานการณ์ต่าง ๆ จึงมีผู้สนใจศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิในกรณีต่าง ๆ ดังนี้ ในปี พ.ศ. 2548 อัจนา [6] ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ (c-chart) แผนภูมิควบคุม

ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปัวซง (Poisson MA chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียลสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปัวซง (Poisson EWMA chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โพเนนเชียลสองครั้งสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปัวซง (Poisson DEWMA chart) ผลการศึกษาสรุปได้ว่าแผนภูมิ Poisson DEWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นขนาดเล็ก และมีประสิทธิภาพใกล้เคียงแผนภูมิ Poisson EWMA สำหรับระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นขนาดกลางและขนาดใหญ่ ต่อมาในปี พ.ศ. 2555 ธัญญาลักษณ์ [7] ได้ศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิ Poisson DMA โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิ Poisson MA แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ (c-chart) และแผนภูมิ Poisson EWMA ผลการศึกษาพบว่าแผนภูมิ Poisson DMA มีประสิทธิภาพดีที่สุด และในปีเดียวกันนั้น ภัทรพิชชา [8] ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิ Poisson MA แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ (c-chart) และแผนภูมิ (Poisson EWMA chart) ผลการศึกษาพบว่าแผนภูมิ Poisson EWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุด เมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยมีขนาดเล็ก และแผนภูมิควบคุม Poisson MA มีประสิทธิภาพดีที่สุด เมื่อระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยมีขนาดกลางและใหญ่ จากการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพข้างต้นแสดงให้เห็นว่าแผนภูมิ Poisson EWMA แผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson DMA เป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการผลิตในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ดี ทั้งนี้ผู้วิจัยจึงสนใจนำแผนภูมิดังกล่าวมาเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิ Poisson CUSUM เพื่อจะได้ทราบว่าในแต่ละสถานการณ์แผนภูมิชนิดใดมีประสิทธิภาพในการตรวจจับความผิดปกติของกระบวนการผลิตได้ดีกว่ากัน เพื่อให้ผู้ใช้สามารถเลือกใช้แผนภูมิต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมและเกิดประสิทธิภาพสูงสุดในกระบวนการควบคุมคุณภาพ

2. วิธีการวิจัย

2.1 กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปัวซง

2.1.1 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม กำหนดค่าพารามิเตอร์ μ_0 เท่ากับ 1, 3, 5, 7, 9, 10, 15 และ 20

2.1.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ โดยกำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย (δ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70 และ 0.90

2.1.3 กำหนดจำนวนกลุ่มย่อย (g) เท่ากับ 100

2.1.4 กำหนดค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก (λ) สำหรับแผนภูมิ Poisson EWMA และแผนภูมิ Poisson DEWMA เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 และ 0.9

2.1.5 กำหนดค่าความกว้าง (w) ของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับแผนภูมิ Poisson DMA เท่ากับ 2, 3, 4 และ 5

2.1.6 กำหนดค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 500

2.2 ทำการจำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo) เพื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูล ด้วยโปรแกรม Visual Basic 2010

2.3 นำข้อมูลที่ได้จากการจำลองในข้อ 2.1 มาสร้างแผนภูมิต่าง ๆ ดังนี้

2.3.1 แผนภูมิ Poisson CUSUM

ค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson CUSUM คือ $C_i^+ = Max\ (0, X_i - k + C_{i-1}^+)$ เมื่อ C_i^+ แทนค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson CUSUN ของกลุ่มย่อยที่ i โดย $i = 1, 2, ..., g$ และ $C_0^+ = 0$, X_i แทนจำนวนรอยตำหนิที่เกิดขึ้นของกลุ่มย่อยที่ i โดย $i = 1, 2, ..., g$, k แทนค่าอ้างอิง (reference value) คำนวณได้จาก $k = \dfrac{\mu_1 - \mu_0}{\ln(\mu)_1 - \ln(\mu_0)}$ และมีค่าขีดจำกัดควบคุม คือ h โดยจะเลือกค่า h ที่ให้ค่า ARL_0 เท่ากับ 500

2.3.2 แผนภูมิ Poisson EWMA

ค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson EWMA คือ $Y_t = \lambda X_t + (1-\lambda)Y_{t-1}$ โดย $t \geq 1$ เมื่อ Y_t แทนค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson EWMA ณ เวลา t โดย $Y_0 = \mu_0$, X_t แทนจำนวนรอยตำหนิที่เกิดขึ้นของกลุ่มย่อย ณ เวลา t, λ แทนค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก ($0 < \lambda \leq 1$) และมีค่าขีดจำกัดควบคุม คือ $UCL = \mu_0 + L\sqrt{\mu_0\left(\dfrac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]}$, $CL = \mu_0$, $LCL = \mu_0 - L\sqrt{\mu_0\left(\dfrac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]}$ เมื่อ L แทนสัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม

2.3.3 แผนภูมิ Poisson DEWMA

ค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson DEWMA คือ $Z_t = \lambda Y_t + (1-\lambda) Z_{t-1}$ โดย $t \geq 1$ เมื่อ Z_t แทนค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson DEWMA ณ เวลา t โดย $Z_0 = \mu_0$, Y_t แทนค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson EWMA ณ เวลา t, λ แทนค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก $0 < \lambda \leq 1$ และมีค่าขีดจำกัดควบคุม คือ $UCL = \mu_0 + L\sqrt{Var(Z_t)}$, $CL = \mu_0$, $LCL = \mu_0 - L\sqrt{Var(Z_t)}$ เมื่อ L แทนสัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม และ

$$Var(Z_t) = \mu_0 \lambda^4 \frac{\left[1+(1-\lambda)^2 - (t+1)^2(1-\lambda)^{2t} + (2t^2+2t-1)(1-\lambda)^{2t+2} - t^2(1-\lambda)^{2t+4}\right]}{\left[1-(1-\lambda)^2\right]^3}$$

2.3.4 แผนภูมิ Poisson DMA

ค่าสถิติของแผนภูมิ Poisson DMA คือ

$$DMA_i = \begin{cases} \dfrac{MA_i + MA_{i-1} + MA_{i-2} + ...}{i} & \text{เมื่อ } i \leq w \\ \dfrac{MA_i + MA_{i-1} + ... + MA_{i-w+1}}{w} & \text{เมื่อ } w < i < 2w-1 \\ \dfrac{MA_i + MA_{i-1} + ... + MA_{i-w+1}}{w} & \text{เมื่อ } i \geq 2w-1 \end{cases}$$

เมื่อ MA_i แทนค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของกลุ่มย่อยที่ i โดย $i = 1, 2, ..., g$ และ w แทนความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

ซึ่งค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของกลุ่มย่อยที่ i คำนวณได้จาก

$$MA_i = \begin{cases} \dfrac{X_i + X_{i-1} + ... + X_{i-w+1}}{w} & \text{เมื่อ } i \geq w \\ \dfrac{X_i + X_{i-1} + ... + X_1}{i} & \text{เมื่อ } 1 \leq i < w \end{cases}$$

เมื่อ X_i แทนจำนวนรอยตำหนิที่เกิดขึ้นของกลุ่มย่อยที่ i โดย $i = 1,2,...,g$

และมีค่าขีดจำกัดควบคุม คือ

$$UCL = \begin{cases} \mu_0 + L\sqrt{\dfrac{\mu_0 \sum_{j=1}^{i}\left(\dfrac{1}{j}\right)}{i^2}} & \text{เมื่อ } i \le w \\ \mu_0 + L\sqrt{\dfrac{\mu_0 \sum_{j=i-w+1}^{w-1}\left(\dfrac{1}{j}\right) + (i-w+1)\left(\dfrac{1}{w}\right)}{w^2}} & \text{เมื่อ } w < i < 2w-1 \\ \mu_0 + L\sqrt{\dfrac{\mu_0}{w^2}} & \text{เมื่อ } i \ge 2w-1 \end{cases}$$

$$CL = \begin{cases} \mu_0 & \text{เมื่อ } i \le w \\ \mu_0 & \text{เมื่อ } w < i < 2w-1 \\ \mu_0 & \text{เมื่อ } i \ge 2w-1 \end{cases}$$

$$LCL = \begin{cases} \mu_0 - L\sqrt{\dfrac{\mu_0 \sum_{j=1}^{i}\left(\dfrac{1}{j}\right)}{i^2}} & \text{เมื่อ } i \le w \\ \mu_0 - L\sqrt{\dfrac{\mu_0 \sum_{j=i-w+1}^{w-1}\left(\dfrac{1}{j}\right) + (i-w+1)\left(\dfrac{1}{w}\right)}{w^2}} & \text{เมื่อ } w < i < 2w-1 \\ \mu_0 - L\sqrt{\dfrac{\mu_0}{w^2}} & \text{เมื่อ } i \ge 2w-1 \end{cases}$$

เมื่อ L แทนสัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม

โดยการเลือกค่า L ของแผนภูมิ Poisson PEWMA แผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson DMA จะเลือกจากการจำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม และหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (ARL_0) ซึ่งถ้าค่า L ใดที่ทำให้ได้ค่า ARL_0 เท่ากับ 500 จะเลือกค่านั้นมาใช้ในการวิจัย

2.4 หาจำนวนค่าสถิติที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุมดังนี้

2.4.1 ในแต่ละแผนภูมิ นำค่าสถิติที่คำนวณได้จากข้อมูลตัวอย่างเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม เปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุม เพื่อหาจำนวนของค่าสถิติที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุม

2.4.2 ในแต่ละแผนภูมิ นำค่าสถิติที่คำนวณได้จากข้อมูลตัวอย่างเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุมเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุม เพื่อหาจำนวนของค่าสถิติที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุม

2.5 หาผลรวมของค่าสถิติที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุมทั้งหมดดังนี้

2.5.1 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 2.1 ถึงข้อ 2.4 (ในข้อ 2.4 ทำเฉพาะข้อ 2.4.1) จำนวน 1,000 รอบ สำหรับแต่ละสถานการณ์ แล้วหาผลรวมของค่าสถิติที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุมทั้งหมด

2.5.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 2.1 ถึงข้อ 2.4 (ในข้อ 2.4 ทำเฉพาะข้อ 2.4.2) จำนวน 1,000 รอบ สำหรับแต่ละสถานการณ์ แล้วหาผลรวมของค่าสถิติที่ออกนอกขีดจำกัดควบคุมทั้งหมด

2.6 หาค่าความยาววิ่งเฉลี่ยดังนี้

2.6.1 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม กระบวนการจะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I และค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ I เท่ากับ α หรือกล่าวได้ว่าเป็นความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบว่ามีการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตแต่ในความเป็นจริงกระบวนการผลิตไม่ได้เปลี่ยนไปจากเดิม และความน่าจะเป็นที่จะยอมรับว่ากระบวนการอยู่ภายใต้ขอบเขตการควบคุมเท่ากับ $1-\alpha$ เมื่อพิจารณาว่ากระบวนการเกิดการยอมรับ จำนวนตัวอย่าง $r-1$ จนกระทั่งชุดตัวอย่างที่ r จึงปฏิเสธ (บ่งชี้ว่ากระบวนการผิดปกติ) จะได้ว่า $f(r)=(1-\alpha)^{r-1}\alpha$ โดย $\mathrm{r}=1,2,..$ และ $0<1-\alpha<1$ ซึ่งจำนวนเฉลี่ยของจุดที่ตกอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม คือ

$$
\begin{aligned}
ARL_0 = E(r) &= \sum_{r=1}^{\infty} rf(r) \\
&= \sum_{r=1}^{\infty} r(1-\alpha)^{r-1}(1-(1-\alpha)) \\
&= \sum_{r=1}^{\infty} r(1-\alpha)^{r-1} - \sum_{r=1}^{\infty} r(1-\alpha)^{r} \\
&= \left[1+2(1-\alpha)+3(1-\alpha)^2+...\right]- \\
&\quad \left[(1-\alpha)+2(1-\alpha)^2+3(1-\alpha)^3+...\right] \\
&= \left[1+(1-\alpha)+(1-\alpha)^2+...\right] \\
&= \frac{1}{1-(1-\alpha)} = \frac{1}{\alpha}
\end{aligned}
$$

ดังนั้นสามารถประมาณค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุมได้โดยนำค่าที่ได้จากข้อที่ 2.5.1 มาหารด้วยจำนวนรอบ คือ 1,000 จะได้ค่าประมาณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ($\hat{\alpha}$) เพื่อนำมาหาค่าประมาณความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม

โดยค่า ARL_0 ที่ได้นี้จะนำไปใช้ตัดสินใจในการเลือกค่า h ที่เหมาะสมสำหรับแผนภูมิ Poisson CUSUM และเลือกค่า L ที่เหมาะสมสำหรับแผนภูมิ Poisson PEWMA แผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson DMA เพื่อใช้ในการคำนวณค่าขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิต่อไป

2.6.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม กระบวนการจะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ II และค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ II เท่ากับ β หรือกล่าวได้ว่าเป็นความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจไม่พบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตแต่ในความเป็นจริงกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปแล้ว และความน่าจะเป็นที่กระบวนการผลิตสามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการเท่ากับ $1-\beta$ เมื่อพิจารณาว่ากระบวนการมีการเปลี่ยนแปลง แล้วจำนวนตัวอย่าง $r-1$ ไม่สามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการจนกระทั่งชุดตัวอย่างที่ r จึงสามารถตรวจพบการเปลี่ยนแปลงได้ จะได้ว่า $f(r)=\beta^{r-1}(1-\beta)$ โดย $\mathrm{r}=1,2,...$ และ $0<\beta<1$ ซึ่งจำนวนเฉลี่ยของจุดที่ตกอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกเมื่อกระบวนการผลิตเริ่มเปลี่ยนไปจากเดิม คือ

$$
\begin{aligned}
ARL_1 = E(r) &= \sum_{r=1}^{\infty} rf(r) \\
&= \sum_{r=1}^{\infty} r\beta^{r-1}(1-\beta) \\
&= \sum_{r=1}^{\infty} r\beta^{r-1} - \sum_{r=1}^{\infty} r\beta^{r} \\
&= \left[1+2\beta+3\beta^2+...\right]- \\
&\quad \left[\beta+2\beta^2+3\beta^3+...\right] \\
&= \left[1+\beta+\beta^2+...\right] \\
&= \frac{1}{1-\beta}
\end{aligned}
$$

ดังนั้นสามารถประมาณค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุมได้โดยนำค่าที่ได้จากข้อที่ 2.5.2 มาหารด้วยจำนวนรอบ คือ 1,000 จะได้ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่แผนภูมิควบคุมตรวจพบว่ากระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม ($1-\beta$) เพื่อนำมาหาค่าประมาณความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม

2.7 นำค่าความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม (ARL_1) ที่ได้จากทุกแผนภูมิในแต่ละสถานการณ์ ในข้อ 2.6.2 มาเปรียบเทียบกัน ซึ่งถ้าแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิใดให้ค่า ARL_1 น้อยที่สุดแสดงว่าแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนินั้นมีประสิทธิภาพดีที่สุดในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยของกระบวนการ จากนั้นทำการสรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

3. ผลการวิจัยและวิจารณ์

3.1 ผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิ 4 ชนิด คือ แผนภูมิ Poisson CUSUM แผนภูมิ Poisson EWMA แผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson DMA เมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม โดยอาศัยข้อมูลจากการจำลองภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อเปรียบเทียบค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL_1) โดยผลจากการเปรียบเทียบค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด ปรากฏดังตารางที่ 1 และรูปที่ 1

จากตารางที่ 1 และรูปที่ 1 แสดงค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด ในกรณีความยาววิ่งเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 500 จำนวนกลุ่มย่อย (g) เท่ากับ 100 เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (δ) เปลี่ยนแปลงไปและจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (μ_0) มีขนาดต่างกันนั้นสามารถสรุปถึงประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยของกระบวนการได้ดังนี้

เมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.10$ พบว่าแผนภูมิ Poisson CUSUM มีค่า ARL_1 ต่ำที่สุดสำหรับทุกค่า μ_0 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแผนภูมิ Poisson CUSUM มีประสิทธิภาพดีที่สุดในกรณีดังกล่าวนี้ ส่วนแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพรองลงมาคือแผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson EWMA ซึ่งทั้ง 2 แผนภูมินี้มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน และสังเกตได้ว่าค่า ARL_1 ของแผนภูมิทั้ง 4 ชนิด มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (δ) เพิ่มขึ้นสำหรับทุกค่า μ_0

เมื่อ $0.30 \le \delta \le 0.90$ พบว่าแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด มีประสิทธิภาพดีใกล้เคียงกัน สำหรับทุกค่า μ_0 โดยค่า ARL_1 ของทุกแผนภูมิมีลักษณะคงที่และมีค่าเข้าใกล้ 0 ถึงแม้ว่าขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (δ) จะเพิ่มขึ้นก็ตาม

3.2 วิจารณ์

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด คือ แผนภูมิ Poisson CUSUM แผนภูมิ Poisson EWMA แผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson DMA เมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม โดยพิจารณาค่า ARL_1 ซึ่งถ้าแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิใดให้ค่า ARL_1 น้อยที่สุดแสดงว่าแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนินั้นมีประสิทธิภาพดีที่สุดในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยของกระบวนการในสถานการณ์นั้นๆ เมื่อพิจารณาค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด พบว่าค่า ARL_1 มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ (δ) เพิ่มขึ้น สำหรับทุกค่า μ_0 และ $0.01 \le \delta \le 0.10$ กล่าวคือเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการเพิ่มขึ้นแผนภูมิ

ตารางที่ 1 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิ Poisson CUSUM แผนภูมิ Poisson EWMA แผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson DMA กรณีที่ ARL_0 = 500, g = 100 เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป และ μ_0 มีขนาดต่างกัน

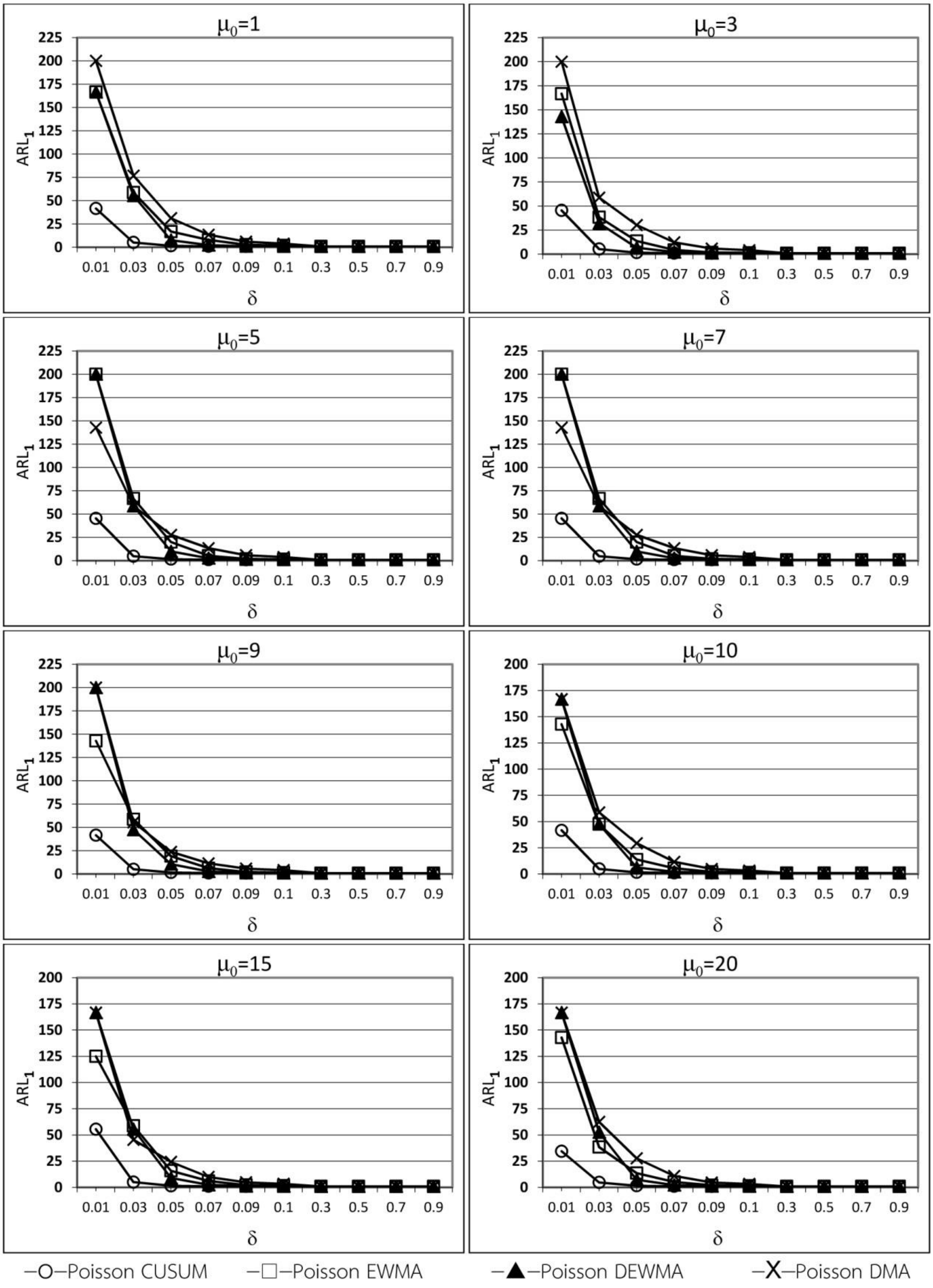
μ_0	δ	แผนภูมิควบคุม			
		Poisson CUSUM	Poisson EWMA	Poisson DEWMA	Poisson DMA
1	0.01	41.6667*	166.6667	166.6667	200.0000
	0.03	5.2632*	58.8235	55.5556	76.9231
	0.05	1.6750*	16.9492	7.7519	31.2500
	0.07	1.1338*	7.9365	2.4390	13.5135
	0.09	1.0299*	2.8818	1.2987	6.0976
	0.10	1.0111*	1.9802	1.1211	3.9841
	0.30 – 0.90	1	1	1	1
3	0.01	45.4545*	166.6667	142.8571	200.0000
	0.03	5.3763*	38.4615	32.2581	58.8235
	0.05	1.6529*	13.6986	6.8027	30.3030
	0.07	1.1038*	4.4444	2.2989	12.3457
	0.09	1.0194*	1.8762	1.2690	5.8824
	0.10	1.0070*	1.4577	1.0977	4.1494
	0.30 – 0.90	1	1	1	1
5	0.01	45.4545*	200.0000	200.0000	142.8571
	0.03	4.8309*	66.6667	58.8235	58.8235
	0.05	1.7036*	20.0000	10.0000	27.7778
	0.07	1.1351*	5.3476	2.7397	13.5135
	0.09	1.0225*	2.0877	1.3736	5.9524
	0.10	1.0121*	1.5798	1.1455	3.9683
	0.30 – 0.90	1	1	1	1
7	0.01	41.6667*	142.8571	200.0000	200.0000
	0.03	5.1813*	58.8235	47.6190	55.5556
	0.05	1.6863*	19.2308	10.6383	23.8095
	0.07	1.1299*	6.3291	2.8409	11.4943
	0.09	1.0235*	2.2676	1.3699	5.8479
	0.10	1.0081*	1.6667	1.1416	4.1667
	0.30 – 0.90	1	1	1	1

หมายเหตุ : * หมายถึง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด (พิจารณาตามแถว)

ตารางที่ 1 (ต่อ)

μ_0	δ	แผนภูมิควบคุม			
		Poisson CUSUM	Poisson EWMA	Poisson DEWMA	Poisson DMA
9	0.01	41.6667*	142.8571	166.6667	166.6667
	0.03	4.9261*	47.6190	47.6190	58.8235
	0.05	1.6420*	13.8889	6.2893	29.4118
	0.07	1.1351*	5.5556	2.1322	11.6279
	0.09	1.0299*	2.1978	1.2210	4.8309
	0.10	1.0121*	1.6000	1.0846	3.2787
	0.30 – 0.90	1	1	1	1
10	0.01	55.5556*	125.0000	166.6667	166.6667
	0.03	5.1282*	58.8235	55.5556	45.4545
	0.05	1.5625*	15.8730	9.0090	24.3902
	0.07	1.1050*	6.1349	2.5000	10.0000
	0.09	1.0183*	2.3148	1.2953	4.9261
	0.10	1.0081*	1.6892	1.1211	3.4965
	0.30 – 0.90	1	1	1	1
15	0.01	34.4828*	142.8571	166.6667	166.6667
	0.03	4.7847*	38.4615	52.6316	62.5000
	0.05	1.6287*	13.6986	7.4074	27.7778
	0.07	1.1186*	5.2632	2.3095	10.9890
	0.09	1.0183*	2.1322	1.2594	4.6948
	0.10	1.0091*	1.5552	1.0953	3.3223
	0.30 – 0.90	1	1	1	1
20	0.01	55.5556*	250.0000	200.0000	125.0000
	0.03	5.0761*	47.6190	52.6316	58.8235
	0.05	1.5848*	16.9492	8.0000	27.0270
	0.07	1.1123*	5.7143	2.3923	10.3093
	0.09	1.0204*	2.1882	1.2755	4.3859
	0.10	1.0111*	1.6207	1.1001	3.1546
	0.30 – 0.90	1	1	1	1

หมายเหตุ : * หมายถึง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด (พิจารณาตามแถว)



รูปที่ 1 ARL_1 ของแผนภูมิ Poisson CUSUM แผนภูมิ Poisson EWMA แผนภูมิPoisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson DMA กรณีที่ ARL_0 =500, g =100 เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป และ μ_0 มีขนาดต่างกัน

ควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด มีแนวโน้มที่คล้ายกันคือสามารถตรวจจับการเปลี่ยนจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยได้เร็วขึ้นซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ White และคณะ [2] Borror และคณะ [3] Zhang และคณะ [4] และงานวิจัยของ Khoo และ Wong [5] สำหรับแผนภูมิ Poisson CUSUM พบว่ามีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยของกระบวนการเพียงเล็กน้อยได้ดี ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ White และคณะ [2]

4. สรุป

ผลการศึกษาพบว่ากรณี $0.01 \le \delta \le 0.10$ สำหรับทุกค่า μ_0 แผนภูมิ Poisson CUSUM มีประสิทธิภาพดีที่สุด รองลงมาคือแผนภูมิ Poisson DEWMA และแผนภูมิ Poisson EWMA ที่มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน นอกจากนี้เมื่อ $0.30 \le \delta \le 0.90$ สำหรับทุกค่า μ_0 แผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิทั้ง 4 ชนิด มีประสิทธิภาพดีใกล้เคียงกัน โดยแผนภูมิควบคุมสำหรับจำนวนรอยตำหนิที่เหมาะสมสำหรับการตรวจจับความผิดปกติของกระบวนการผลิตเมื่อจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยของกระบวนการเปลี่ยนแปลงไป สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 2

5. ข้อเสนอแนะ

5.1 ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเฉพาะกรณี ARL_0 = 500 ผู้ที่สนใจศึกษาเพิ่มเติมอาจศึกษาในกรณีที่ ARL_0 มีค่าต่าง ๆ

5.2 ผู้ที่สนใจศึกษาเพิ่มเติมอาจศึกษาเปรียบเทียบแผนภูมิสำหรับจำนวนรอยตำหนิชนิดอื่น ๆ เช่น แผนภูมิ Poisson generally weight moving average (Poisson GWMA) โดย Shey-Huei Sheu และ Wen-Chih Chiu [9]

ตารางที่ 2 แผนภูมิควบคุมคุณภาพที่เหมาะสมสำหรับสถานการณ์ต่าง ๆ กรณีที่ ARL_0 = 500, g = 100 เมื่อ δ เปลี่ยนแปลงไป และ μ_0 มีขนาดต่างกัน

<table>
<tr><th rowspan="2">δ</th><th colspan="8">μ_0</th></tr>
<tr><th>1</th><th>3</th><th>5</th><th>7</th><th>9</th><th>10</th><th>15</th><th>20</th></tr>
<tr><td>0.01 - 0.10</td><td colspan="8">Poisson CUSUM</td></tr>
<tr><td>0.30 - 0.90</td><td colspan="8">Poisson CUSUM, Poisson EWMA, Poisson DEWMA, Poisson DMA</td></tr>
</table>

6. รายการอ้างอิง

[1] Lucas, J.M., 1985, Counted data CUSUM's, Technometrics 27: 129-144.

[2] White, C.H., Keats, J.B. and Stanley, J., 1997, Poisson CUSUM vs c-chart for defect data, Qual. Eng. 9: 673-679.

[3] Borror, C.M., Champ, C.W. and Rigdon, S.E., 1998, Poisson EWMA control charts, J. Qual. Technol. 30: 352-361.

[4] Zhang, L., Govindaraju, K., Lai, C.D. and Bebbington, M.S., 2003, Poisson DEWMA control chart, Commun. Stat. Simul. Comp. 32: 1265-1283.

[5] Khoo, M.B.C. and Wong, V.H., 2008, A double moving average control chart, Commun. Stat. Simul. Comp. 37: 1696-

1708.

[6] อัจจนา จันทร์โกมุท, 2548, การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจุดตำหนิ, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, 94 น.

[7] ธัญญาลักษณ์ สุวรรณกุล, 2555, สูตรสำเร็จค่าความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้งสำหรับข้อมูลเชิงคุณลักษณะ, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, กรุงเทพฯ, 79 น.

[8] ภัทรพิชชา แก้วศรีขาว, 2555, ความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับจำนวนรอยตำหนิ, วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, กรุงเทพฯ, 56 น.

[9] Sheu, S.H. and Chiu, W.C., 2007, Poisson GWMA control chart. Communication in statistics Simulation and Computation 36(5): 1099-1114.